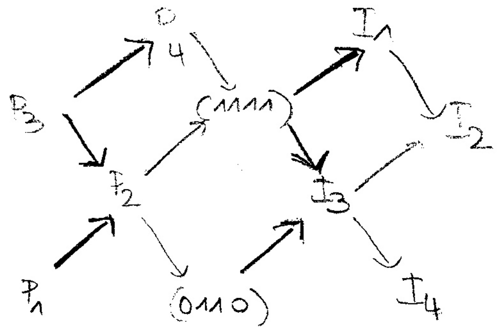
Teoria delle rappresentazioni - appello 2

SOLUZIONI

① l'AR-quiver di $\underset{1}{\circ} \leftarrow \underset{2}{\circ} \rightarrow \underset{3}{\circ} \leftarrow \underset{4}{\circ}$ è



$\underline{\dim}$	P_1	P_2	P_3	P_4	I_1	I_2	I_3	I_4
	(1000)	(1110)	(0010)	(0011)	(1100)	(0100)	(0111)	(0001)

(a) $\underline{\dim}\,\tau I_2 = (1111)$, quindi $\tau I_2 : K \xleftarrow{1} K \xrightarrow{1} K \xleftarrow{1} K$

(b) $0 \to \tau I_2 \to I_1 \oplus I_3 \longrightarrow I_2 \longrightarrow 0$

(c) $\mathrm{Ext}^1_\Lambda(\tau^- P_1, \tau^- P_1) \cong D\overline{\mathrm{Hom}}(\tau^- P_1, P_1) = 0$

poiché $\tau^- P_1$ non è proiettivo e pertanto $\mathrm{Hom}(\tau^- P_1, P_1) = 0$.

③ (a) $Q : \underset{1}{\circ} \leftarrow \underset{2}{\circ} \rightarrow \underset{3}{\circ}$. Si ha: $\mathrm{Rad}\, P_2 = P_1 \oplus P_3$ non è indecomponibile.

(b) Sia $U \subset M$ un sottomodulo con $S + U = M$.

Poiché S è semplice, e $0 \subset S \cap U \subset S$, si ha uno dei casi seguenti:

(i) $S \cap U = 0$. Ma allora $S \oplus U = M$ e poiché M è indecomponibile, segue $U = 0$, quindi $M = S$ e $l(M) = 1$ ↯

(ii) $S \cap U = S$. Allora $S \subset U$, quindi $U = M$. □