Foglio 6

Consegna Giovedì 17 Novembre ore 11:30

Esercizio 1 (Punti 8)**.** Sia $T : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita da $f[x, y]^T = [2y, \quad x - 4y, \quad 3x]^T$.

1. Scrivere la matrice associata a f rispetto alla base canonica su dominio e codominio.
2. Determinare $\ker(f)$ e Im(f).
3. Mostrare che l'insieme $\mathcal{B} = \{[1, 1, -1]^T, \, [1, 1, 0]^T, \, [1, -1, 0]^T\}$ è una base di $\mathbb{R}^3$.
4. Scrivere la matrice associata a f rispetto alla base canonica nel dominio e alla base $\mathcal{B}$ nel codominio.

Esercizio 2 (Punti 10)**.** Si consideri la base $\mathcal{B} = \{(0,\ 1,\ 0)^T, (1,\ 0,\ 1)^T, (1,\ 1,\ 2)^T\}$ di $\mathbb{C}^3$. Si consideri l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ che rispetto alla base $\mathcal{B}$ su dominio e codominio ha matrice

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

1. trovare la matrice di f rispetto alla base canonica su dominio e codominio
2. trovare la matrice di f rispetto alla base $\mathcal{B}$ sul dominio e alla base canonica sul codominio
3. trovare la matrice di f rispetto alla base canonica sul dominio e alla base $\mathcal{B}$ sul codominio
4. Trovare $\ker f$ e Imf

Esercizio 3 (Punti 6)**.**

1. Si determini una applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tale che $(1,\ 1, 0)^T \in \ker(f)$, $(2,\ 0,\ 3) \in$ Imf, $(0,\ 1,\ 2) \in$ Imf.
2. Si scriva la matrice di f rispetto alla base canonica su dominio e codomio.
3. Si trovi $\ker(f)$ e Imf

Esercizio 4 (Punti 6)**.** Sia $\mathcal{B} = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ dove $v_1 = (1,\ 0,\ 1,\ 0)^T,\ v_2 = (0,\ 0,\ 0,\ 1)^T,\ v_3 = (0,\ 1,\ 0,\ 0)^T,\ v_4 = (1,\ 1,\ 0,\ 0)^T$.

1. si verifichi che $\mathcal{B}$ è una base di $\mathbb{C}^4$.
2. Sia $f : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ tale che $f(v_1) = 2v_1 - 3v_4$, $f(v_2) = 2v_2 - 5v_3 + v_4$, $f(v_3) = v_1 - v_3$, $f(v_4) = v_4$. Si scriva la matrice di f rispetto alla base $\mathcal{B}$ su dominio e codominio.
3. Scrivere la matrice di f rispetto alla base $\mathcal{B}$ sul dominio e base canonica sul codominio .