



## Esercitazione n. 2 del 19/04/2016

Docente: Bruno Gobbi

### ESERCIZI SULLE PROBABILITA'

**1) Da un mazzo di carte si estrae a caso una carta. Qual è la probabilità di estrarre una carta di fiori?**

$$P(\text{fiori}) = 13/52 = 0,25$$

**E quella di estrarre una carta di quadri?**

$$P(\text{quadri}) = 13/52 = 0,25$$

**Qual è la probabilità di estrarre una figura?**

$$P(\text{figura}) = (3+3+3+3)/52 = 0,23$$

**Quant'è la probabilità di estrarre una carta di fiori o di quadri?**

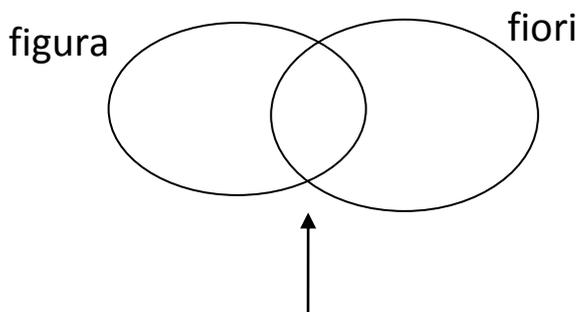
$$P(\text{fiori} \cup \text{quadri}) = P(\text{fiori}) + P(\text{quadri}) = 0,25 + 0,25 = 0,5$$

**Qual è la probabilità di estrarre una carta di fiori che sia anche una figura?**

$$P(\text{fiori} \cap \text{figura}) = 3/52 = 0,058$$

**E quella di estrarre una figura o una carta di fiori?**

$$P(\text{figura} \cup \text{fiori}) = P(\text{figura}) + P(\text{fiori}) - P(\text{fiori} \cap \text{figura}) = 0,23 + 0,25 - 0,058 = 0,422$$



Occorre togliere l'intersezione perché  
si tratta di eventi compatibili



**2) Una azienda produttrice di auto possiede 3 stabilimenti in Italia: uno a Milano, uno a Roma e uno a Napoli che producono rispettivamente il 50%, il 30% e il 20% del totale.**

**Un'indagine sulla qualità dei prodotti ha appurato che i 3 stabilimenti presentano percentuali di macchine difettose pari a 1%, 5% e 10% rispettivamente.**

**Determinare la probabilità che un'auto, scelta a caso dalla produzione, sia difettosa.**

Dai dati di input si ricava che:

$$P(M) = 0,5$$

$$P(R) = 0,3$$

$$P(N) = 0,2$$

Inoltre sappiamo che:

$$P(D/M) = 0,01$$

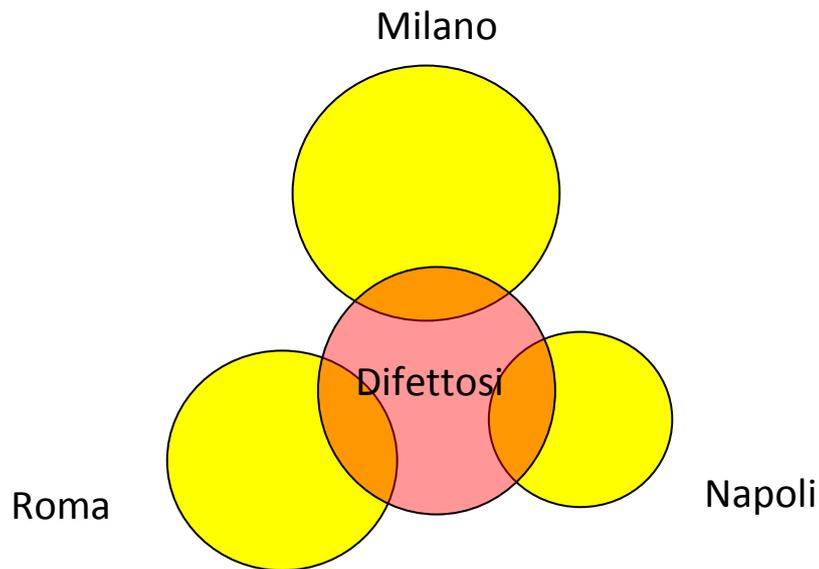
$$P(D/R) = 0,05$$

$$P(D/N) = 0,1$$

Dobbiamo calcolare la probabilità di avere un prodotto difettoso, quindi  $P(D)$ .



Da un punto di vista grafico possiamo rappresentare il problema in questo modo:



Poiché si tratta di eventi incompatibili (ad es. un'auto non può essere prodotta contemporaneamente a Milano o a Roma) i 3 insiemi sono disgiunti. Dobbiamo quindi sommare le tre aree in arancione che questi 3 insiemi hanno in comune con l'insieme dei Difettosi.

$$P(D) = P(D \cap M) + P(D \cap R) + P(D \cap N)$$

Sappiamo che la probabilità condizionata di un generico evento A dato che si è verificato l'evento B è pari a:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Possiamo riscrivere la formula di P(D) in questo modo:

$$P(D) = P(D/M) * P(M) + P(D/R) * P(R) + P(D/N) * P(N)$$

che con i dati a nostra disposizione diventa:

$$P(D) = 0,01 * 0,5 + 0,05 * 0,3 + 0,1 * 0,2 = 0,04$$



**Qual è la probabilità che un'auto difettosa acquistata a caso sia stata prodotta a Napoli?**

Occorre calcolare  $P(N/D)$ .

Utilizzando la formula di Bayes:

$$P(N/D) = \frac{P(D/N) \cdot P(N)}{P(D)} = \frac{0,1 \cdot 0,2}{0,04} = 0,5$$

Quindi la probabilità che un'auto difettosa sia stata prodotta a Napoli è del 50%.



**3) Una fabbrica produce televisori che possono avere 2 difetti, identificabili come  $D_1$  e  $D_2$  e che si possono presentare anche contemporaneamente.**

**Dall'esperienza passata è noto che la probabilità che l'apparecchio abbia il difetto  $D_1$ , ma non il  $D_2$ , è pari a 0,2.**

**Inoltre si sa che la probabilità che il prodotto presenti almeno uno dei due difetti è pari a 0,3, mentre la probabilità che li abbia contemporaneamente è di 0,2.**

**Calcolare la probabilità che il televisore abbia solo il difetto  $D_1$ .**

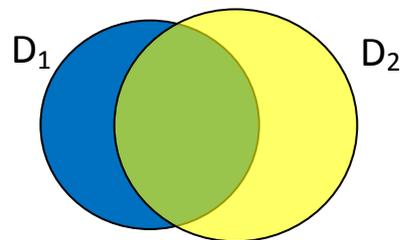
Dai dati dell'esercizio si ricava che:

$$P(D_1 \cap \bar{D}_2) = 0,1$$

$$P(D_1 \cup D_2) = 0,3$$

$$P(D_1 \cap D_2) = 0,2$$

$$P(D_1) = ?$$



La probabilità che il prodotto presenti solo il primo difetto è pari a:

$$P(D_1) = P(D_1 \cap \bar{D}_2) + P(D_1 \cap D_2) = 0,1 + 0,2 = 0,3$$

**Qual è la probabilità che il prodotto abbia solo il secondo difetto?**

$$P(D_2) = P(D_1 \cup D_2) - P(D_1) + P(D_1 \cap D_2) = 0,3 - 0,3 + 0,2 = 0,2$$

Oppure in altro modo:

$$P(D_2) = P(D_1 \cup D_2) - P(D_1 \cap \bar{D}_2) = 0,3 - 0,1 = 0,2$$

**A quanto ammonta la probabilità che il prodotto presenti il difetto  $D_1$  quando riscontrato di non avere il difetto  $D_2$ ?**

$$P(D_1/\bar{D}_2) = \frac{P(D_1 \cap \bar{D}_2)}{P(\bar{D}_2)} = \frac{P(D_1 \cap \bar{D}_2)}{(1 - P(D_2))} = \frac{0,1}{(1 - 0,2)} = 0,125$$



4) La tabella seguente riporta uno studio su un gruppo di studenti a cui era stata chiesta la scuola superiore di provenienza e il corso di laurea scelto all'Università.

	Corso Università		
Scuola superiore	Economia	Lettere	Matematica
Ragioneria	150	50	0
Classico	10	70	20
Scientifico	20	30	150

Calcolare la probabilità di aver frequentato il liceo Scientifico.

Per rispondere a questo quesito è opportuno per prima cosa calcolare i subtotali di riga e di colonna della tabella a doppia entrata:

	Corso Università			
Scuola superiore	Economia	Lettere	Matematica	Totale
Ragioneria	150	50	0	<b>200</b>
Classico	10	70	20	<b>100</b>
Scientifico	20	30	150	<b>200</b>
Totale	<b>180</b>	<b>150</b>	<b>170</b>	<b>500</b>

Dalla tabella si evince che gli studenti che hanno frequentato lo Scientifico sono stati 200 su 500, quindi:

$$P(\text{scientifico}) = 200 / 500 = 0,4$$

Qual è la probabilità di essersi iscritti a Matematica?

$$P(\text{Matematica}) = 170 / 500 = 0,34$$

Quant'è la probabilità di provenire da scientifico e di studiare matematica?

$$P(\text{scientifico} \cap \text{matematica}) = 150 / 500 = 0,3$$



**Quant'è la probabilità di provenire da scientifico o di studiare matematica?**

$$P(\text{scientifico} \cup \text{matematica}) = P(\text{scientifico}) + P(\text{matematica}) - P(\text{scientifico} \cap \text{matematica})$$

$$P(\text{scientifico} \cup \text{matematica}) = 200/500 + 170/500 - 150/500 = 220/500 = 0,44$$

**Quant'è la probabilità di studiare matematica dato che si è frequentato lo scientifico?**

$$P(\text{matematica} / \text{scientifico}) = \frac{P(\text{matematica} \cap \text{scientifico})}{P(\text{scientifico})}$$

$$P(\text{matematica} / \text{scientifico}) = \frac{0,3}{0,4} = 0,75$$



5) Una ricerca sugli effetti di due tipi di parassiti sul genoma di campione di piante di granoturco ha dato i seguenti risultati:

	No mutazione	Sì mutazione
Parassita A	110	90
Parassita B	100	200

Calcolare la probabilità che una pianta sia stata colpita dal parassita B.

	No mutazione	Sì mutazione	Totale
Parassita A	110	90	<b>200</b>
Parassita B	100	200	<b>300</b>
<b>Totale</b>	<b>210</b>	<b>290</b>	<b>500</b>

Dalla tabella si ricava subito che:

$$P(B) = 300 / 500 = 0,6$$

Calcolare la probabilità per una pianta di essere stati colpiti dal parassita A o di aver subito una mutazione.

$$P(A \cup S) = P(A) + P(S) - P(A \cap S) = 200/500 + 290/500 - 90/500 = 0,8$$

Calcolare la probabilità di aver subito una mutazione dato che è avvenuta l'infezione con il parassita B.

$$P(S/B) = \frac{P(S \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{200}{500}}{\frac{300}{500}} = 0, \bar{6}$$