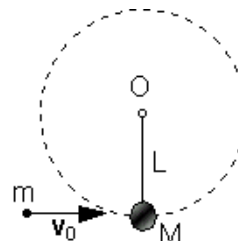


Dinamica dei sistemi di punti materiali: urti tra particelle libere e/o vincolate.

A) Urti completamente anelastici:

Problema n. 1: Un proiettile di massa $m = 0.1$ kg sparato da un fucile impatta con velocità v_0 diretta orizzontalmente contro un corpo di massa $M = 0.9$ kg, inizialmente in quiete, conficcandosi istantaneamente in esso (urto completamente anelastico). Assumendo che la massa M sia appesa all'estremità libera di un filo ideale di lunghezza $L = 0.8$ m avente l'altra estremità impernata ad un punto fisso O del piano verticale, si determini:

- il valore minimo di v_0 affinché il sistema, dopo l'urto, riesca a fare un giro completo attorno al punto O ;
- l'energia dissipata nell'urto, in corrispondenza a tale valore di v_0 ;
- la tensione T del filo immediatamente dopo l'urto.



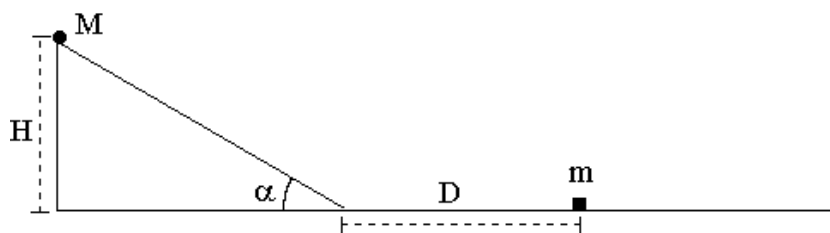
Problema n. 2: Un blocco di acciaio, assimilabile ad un corpo puntiforme, di massa $M = 100$ kg è appoggiato su un piano inclinato di $\alpha = 30^\circ$ rispetto all'orizzontale. I coefficienti di attrito statico e dinamico fra il blocco e il piano sono $\mu_s = 0.4$ e $\mu_d = 0.2$, rispettivamente. Il corpo, inizialmente mantenuto in quiete ad un'altezza $H = 3.2$ m rispetto al piano orizzontale, viene lasciato libero di muoversi lungo il piano inclinato scabro con velocità iniziale nulla. Calcolare:

- il lavoro delle singole forze agenti sul blocco dopo che esso si è spostato lungo il piano inclinato, fino a raggiungere la sua base;
- il modulo della velocità del blocco quando raggiunge la base del piano inclinato
- il tempo impiegato a raggiungere tale posizione.

Supponendo che il blocco prosegua il suo moto lungo il piano orizzontale scabro (con coefficiente di attrito dinamico $\mu_d = 0.2$), e che dopo aver percorso una distanza $D = 3.55$ m su di esso urti centralmente un carrello, pure assimilabile a un corpo puntiforme, di massa $m = 40$ kg che sta viaggiando con velocità $v = 2.5$ ms⁻¹ nella stessa direzione del blocco ma in verso opposto. Supponendo che i due corpi dopo l'urto rimangano attaccati l'uno all'altro, determinare:

- l'energia cinetica interna del sistema nell'istante immediatamente precedente l'urto;
- il vettore velocità del centro di massa V_{CM} del sistema dopo immediatamente dopo l'urto;
- il lavoro delle forze interne al sistema durante urto;
- lo spostamento due corpi, rispetto al punto di collisione, percorso sul piano orizzontale prima di fermarsi.

N.B.: Si assuma che il raccordo tra piano inclinato e piano orizzontale avvenga tramite un profilo curvo privo di spigoli.



Problema n. 3: Una sferetta di massa $m = 100 \text{ g}$ e dimensioni trascurabili, posta in quiete su un piano orizzontale privo di attrito, è appoggiata all'estremità libera di una molla, avente l'altra estremità fissata ad una parete verticale fissa, di costante elastica $k = 120 \text{ N/m}$, inizialmente compressa di 2 cm rispetto alla sua lunghezza di riposo. Una seconda sferetta, identica alla prima, si trova pure essa in quiete e a contatto del piano orizzontale, essendo appesa ad un filo inestensibile, di lunghezza 1.5 m e di massa trascurabile, che pende verticalmente da un piolo fisso. All'istante $t=0$ la molla viene lasciata espandere e la prima sferetta, in seguito all'impulso subito durante l'espansione della molla, si muove lungo il piano orizzontale, perfettamente liscio, e dopo aver abbandonato la molla urta centralmente la seconda sferetta, restandovi attaccata (urto completamente anelastico) formando così un pendolo matematico di massa $2m$. Calcolare:

- la velocità con cui la prima sferetta urta la seconda;
- l'energia dissipata nell'urto;
- la legge oraria del moto del pendolo dopo l'urto, tenendo conto delle condizioni iniziali;
- la tensione del filo quando il pendolo, durante il moto successivo all'urto, ritorna nella configurazione di equilibrio.

Problema n. 4: Un corpo puntiforme di massa $M = 1 \text{ kg}$, è posto (si trova in quiete nella posizione di equilibrio) su un piano inclinato perfettamente liscio e formante un angolo $\alpha = 30^\circ$ con il piano orizzontale, essendo appoggiato all'estremità libera di una molla ideale (priva di massa) di costante elastica $k = 49 \text{ N/m}$ e di lunghezza a riposo $l_0 = 0.8 \text{ m}$, che ha l'altra estremità fissata alla base del piano inclinato, come indicato in figura. Un secondo corpo puntiforme di massa $m = 0.2 \text{ kg}$, che si trova inizialmente in quiete sullo stesso piano inclinato ad un'altezza $H = 2.4 \text{ m}$ dal piano orizzontale, all'istante $t=0$ viene lasciato libero di muoversi lungo il piano inclinato, finché non urta il corpo di massa M rimanendovi attaccato (urto completamente anelastico). Calcolare:

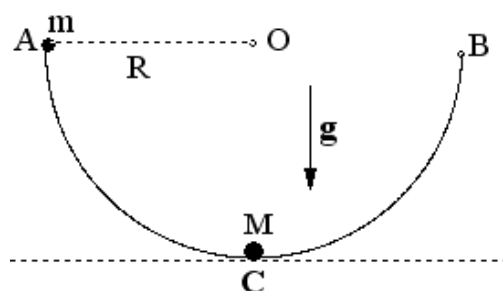
- l'altezza iniziale del corpo di massa M dal piano orizzontale;
- l'energia totale meccanica iniziale del sistema costituito dai due corpi;
- la velocità del corpo puntiforme di massa m immediatamente prima e dopo l'urto;
- l'energia dissipata nell'urto.

Con riferimento al moto successivo del sistema costituito dai due corpi uniti, determinare:

- l'equazione del moto, indicando chiaramente le condizioni iniziali;
- la frequenza di oscillazione del sistema costituito dai due corpi;
- la posizione di equilibrio, misurata lungo il piano inclinato, del sistema costituito dai due corpi;
- la distanza massima rispetto al piano orizzontale dei due corpi durante il loro moto successivo all'urto lungo il piano inclinato.

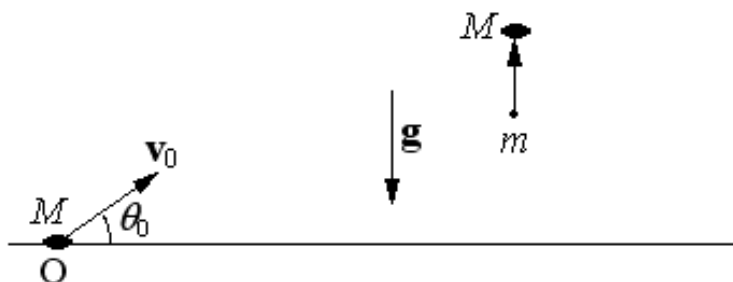
Problema n. 5: Un corpo puntiforme di massa $M = 1.95 \text{ kg}$ può muoversi senza attrito su un profilo semicircolare liscio, assimilabile ad una guida, disposto nel piano verticale e avente raggio $R = 0.4 \text{ m}$, rimanendo costantemente a contatto con il profilo. Inizialmente la massa M giace in quiete nella sua posizione di equilibrio stabile appoggiata al fondo del profilo. Un secondo corpo puntiforme di massa $m = 0.15 \text{ kg}$, pure vincolato a muoversi senza attrito sullo stesso profilo, senza mai staccarsi da esso, viene lasciato cadere sotto l'azione della sua forza peso dalla posizione A con velocità iniziale nulla. La massa m , dopo aver percorso l'arco di circonferenza AC, urta centralmente il corpo puntiforme di massa M rimanendovi solidalmente attaccata (urto completamente anelastico), formando così un unico sistema puntiforme di massa $m+M$. Determinare:

- la velocità v della massa m immediatamente prima dell'urto;
- la reazione della guida immediatamente prima dell'urto;
- la velocità V del sistema $m+M$ subito dopo l'urto;
- l'energia dissipata durante l'urto;
- la reazione vincolare subito dopo l'urto;
- l'altezza massima raggiunta dal sistema dopo l'urto, calcolata rispetto al fondo della guida;
- l'equazione del moto e la legge oraria del moto del sistema dopo l'urto;



Problema n. 5: Durante una gara di tiro un piattello di massa $M = 0.2 \text{ kg}$ viene sparato da terra con un alzo di 30° e con una velocità $V_0 = 40 \text{ m/s}$. Nell'istante in cui esso raggiunge la massima altezza viene centrato da un proiettile di massa $m = 10 \text{ g}$ che sta viaggiando in direzione verticale verso l'alto con velocità istantanea $v = 200 \text{ m/s}$. Il proiettile si conficca nel piattello. Supponendo trascurabili gli effetti dell'attrito con l'aria, calcolare:

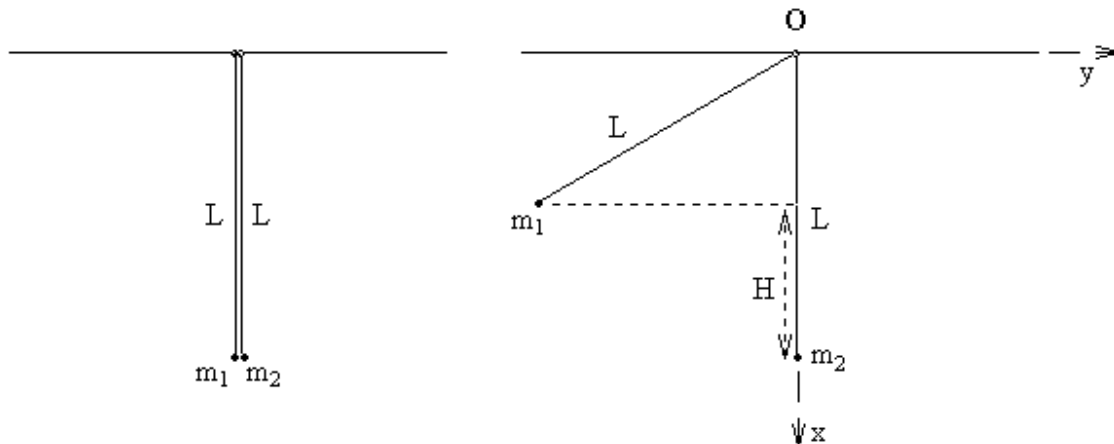
- l'altezza, rispetto al suolo, del piattello al momento dell'urto;
- la velocità di bocca v_0 del proiettile al momento dello sparo da terra;
- la velocità del sistema (piattello + proiettile) immediatamente dopo l'urto;
- l'energia meccanica dissipata dalle forze d'attrito durante l'urto;
- l'altezza massima raggiunta dal sistema nel moto successivo all'urto;
- la distanza, rispetto al punto di lancio del piattello, alla quale il sistema tocca terra;
- la velocità vettoriale di impatto del sistema con il suolo.



B) Urti elastici:

Problema 7: Due sferette, assimilabili a due corpi puntiformi, di massa $m_1 = 0.4 \text{ kg}$ e $m_2 = 0.2 \text{ kg}$ sono appese ad un soffitto orizzontale tramite due asticelle rigide identiche, di massa trascurabile e di lunghezza $L = 1.2 \text{ m}$, a loro volta vincolate a ruotare nel piano verticale xy attorno al punto di sospensione al soffitto tramite una cerniera liscia di dimensioni trascurabili. Inizialmente le due sferette si trovano a contatto in condizione di quiete nella loro posizione di equilibrio. Ad un certo istante la massa m_1 viene sollevata ad un'altezza $H = 0.6 \text{ m}$ rispetto alla quota iniziale e da lì lasciata cadere con velocità nulla. Assumendo che l'urto tra le due sferette sia perfettamente elastico, calcolare :

- le coordinate cartesiane x_{CM} e y_{CM} del centro di massa del sistema quando la massa m_1 si trova all'altezza H rispetto alla quota iniziale;
- la velocità v_{CM} del centro di massa del sistema immediatamente prima dell'urto;
- le velocità delle due sferette immediatamente dopo l'urto;
- l'energia cinetica interna $E_{k,S}^{(INT)}$ del sistema immediatamente dopo l'urto;
- il valore minimo di H per il quale la sferetta 2 dopo l'urto arriva al soffitto;
- l'altezza massima raggiunta dalla sferetta 1 dopo l'urto, nelle condizioni di cui al punto precedente;
- la reazione impulsiva $\mathbf{R}_0$ sviluppata dalla cerniera durante l'urto, in tali condizioni.



Problema 8: Una particella di massa $M = 3.6 \text{ kg}$, scivola verso il basso lungo una superficie cilindrica, solidale a un tavolo molto pesante, priva di attrito, avente asse di simmetria principale disposto orizzontalmente, sezione circolare e raggio di curvatura $R = 0.8 \text{ m}$. La particella inizialmente in quiete sulla sommità della superficie, dopo aver raggiunto la base della superficie cilindrica urta elasticamente una seconda particella di massa $m = 0.9 \text{ kg}$, che si trova in quiete sul piano orizzontale scabro del tavolo nel punto di raccordo tra la superficie cilindrica e il piano stesso. Tale punto si trova ad una distanza $d = 1.2 \text{ m}$ dal bordo del tavolo. Assumendo che il coefficiente di attrito dinamico fra le due particelle e il piano del tavolo sia $\mu_d = 0.5$ e che l'altezza del piano del tavolo rispetto al suolo sia $H = 1 \text{ m}$, calcolare:

- la velocità delle due particelle subito dopo l'urto;
- l'impulso applicato alla particella di massa M alla particella di massa m durante l'urto;
- l'energia meccanica dissipata dalla forze di attrito durante il moto successivo all'urto;
- il tempo impiegato da ciascuna particella a raggiungere il suolo, dopo l'urto;
- la posizione della particella di massa M quando la particella di massa m urta il suolo;
- l'energia meccanica totale dissipata nell'urto, supposto completamente anelastico, delle due particelle con il suolo.

