

Analisi Matematica II

13 settembre 2013

- Esercizio 1

i) Definire in $(0,0)$ la seguente funzione, se possibile, in modo che risulti continua, giustificando ogni passaggio

$$f(x, y) = \frac{x^3 + y^3}{x^2 - y^2}$$

ii) Definire la continuità di un campo scalare in un punto.

- Esercizio 2

Sia data la funzione

$$f(x, y) = x^2 - y^2$$

e la curva di vincolo di equazione

$$g(x, y) = 2x^2 - y - 2 = 0$$

i) Rappresentare sul piano cartesiano e classificare la curva vincolo e le curve di livello della funzione f di equazione $f(x, y) = \pm 1$.

ii) Scrivere la lagrangiana e determinare gli eventuali punti critici attraverso le condizioni di Lagrange.

iii) Classificare gli eventuali punti critici trovati attraverso la matrice hessiana orlata.

- Esercizio 3

i) Calcolare, se esiste,

$$\int \int \int_T \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz$$

ove

$$T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, z^2 - x^2 - y^2 \leq 0, z \geq 0\}$$

giustificando ogni passaggio.

ii) Enunciare il teorema di integrabilità nel piano e la formula di riduzione degli integrali doppi.