Prof. Lidia Angeleri
Università di Verona, 2016/17
Corso di Laurea in Matematica Applicata

Prova intermedia per il Corso di Algebra

7 dicembre 2016

Nota: Per ogni risposta è indispensabile fornire calcoli e/o spiegazioni !
Per superare la prova intermedia sono necessari almeno *9 punti*.

1. Siano $K = \mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$ e $f = x^2 + 1,\ g = x^3 + x + 2 \in K[x]$.
   Consideriamo $F = K[x]/(f)$.
   (a) F è un campo? *(1 punto)*
   (b) Quanti elementi ha F? *(1 punto)*
   (c) Si decida se $\overline{g} = g + (f)$ è invertibile in F e, in caso affermativo, si determini il suo elemento inverso. *(3 punti)*
   (d) Si verifichi che $\overline{g}$ ha ordine 2 nel gruppo moltiplicativo $(F^*, \cdot)$. *(2 punti)*

2. Vero o falso? Si motivi la risposta.
   (a) In $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$ si ha $\overline{625}^{\,6} = \overline{1}$. (*2 punti*)
   (b) Il campo di riducibilità completa F del polinomio $f = x^3 - 27 \in \mathbb{Q}[x]$ è un'estensione $\mathbb{Q} \subset F$ di grado 3. (*2 punti*)
   (c) $\mathbb{Q} \subset \mathbb{Q}(\sqrt[3]{7})$ è un'estensione normale. (*2 punti*)
   (d) $\{\mathrm{id}, (123), (132)\}$ è un sottogruppo normale di S_3. (*2 punti*)

Nome: .... Matricola: .... **Punteggio totale:**