

DERIVATE (pag. 2)

EX Sia $f(x) = 3x^2 - x - 1$ definita in $[\frac{1}{6}, +\infty)$. Calcolare la derivata della funzione inversa nei punti 7 e -5. Stessa domanda per f definita in $(-\infty, \frac{1}{6}]$.

EX Sia $f(x) = x + \lg x + e^x$ definita in $(0, +\infty)$. Se $g(y)$ è la funzione inversa di f , calcolare $g'(1+e)$.

Stessa domanda per $f(x) = \lg(1+kx^2)$, $k \in \mathbb{R}$ e $g'(1)$.

EX Sia g l'inversa di $f(x) = \arctan \frac{1}{x}$ definita in $(0, +\infty)$.

Scrivere l'equazione della tangente al grafico di g in $\frac{\pi}{4}$.

EX Determinare per quali $a, b \in \mathbb{R}$ è derivabile in $\mathbb{R}$ la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} - 1 & x < 0 \\ a \sin x + b x^2 & x \geq 0 \end{cases}$$

EX Studiare continuità e derivabilità delle funzioni

$$f(x) = \begin{cases} 1-x^2 & x < -1 \\ \lg(2-x^2) & -1 \leq x \leq 1 \\ \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} & x > 1 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{4x^4 - 16x^3 + 16x^2}}{(x-2)(x^2+1)} & x \neq 2 \\ -\frac{4}{5} & x = 2 \end{cases}$$

$$h(x) = |x-1| + \sqrt{|x^2-4x|}$$

$$u(x) = \sqrt{\frac{x \sin x}{1 - \cos x}}$$

$$v(x) = \sqrt{\frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}}$$

EX Studiare continuità e derivabilità delle funzioni:

$$\frac{2x-1}{x^3} e^{\frac{x-1}{x}}, \arcsin \frac{2\sqrt{x}}{1+x}, 2 \arctan \sqrt{x}, x e^{\frac{1}{2} \lg x^2}, (\lg x)^{\sin x}, \arctan \frac{x^2-2x-1}{x^2+2x-1},$$

$$\sin(2 \arcsin x), \cos(\arcsin x + 3), \cos(4 \arctan x), \frac{\sqrt{1+x^3}}{(x^2+1)^2}, x \sqrt{\frac{1-x}{1+x}},$$

$$\frac{(x+1)^3 \sqrt[3]{x^3-1}}{(x-1)^2}, x \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}, \frac{\lg \lg x}{x}, \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}, \sqrt{\sqrt{3} \sin x - \cos x + 2}, \sqrt{x^3-x},$$

$$\frac{(1+\sin x)^2}{\sin x(1-\sin x)}, \frac{\sin x}{1-2 \cos x}, \sqrt{1+\cos^2 x}$$

EX Calcolare, mediante la definizione, la derivata (se $\exists$ e dove) di

$$\sin \sqrt{x}, \sqrt{\sin x}, \frac{1}{\sin x}, \sin \frac{1}{x}, |x|/x + x^2.$$

EX Sia $f(x) = x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2$. Provare che in $(-1, 0) \exists$ un unico zero di f .

EX Determinare il numero di $\alpha \in \mathbb{R}$ $\alpha \exists$ soluzioni di $e^{-x^2} = \alpha x^2 - 1$.