# PROBABILITA' E STATISTICA

## Prova del 17/02/2017

## Traccia A

### ESERCIZIO 1

Sulla distribuzione di frequenze presentata in tabella, calcolare:
a) la media aritmetica, la media armonica e la media geometrica;
b) la mediana e la moda;
c) la varianza.

| **X** | **f** | **X*f** | $X^2$ | $X^2 \cdot f$ |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 100 | 200 | 4 | 400 |
| 3 | 40 | 120 | 9 | 360 |
| 6 | 54 | 324 | 36 | 1944 |
| 10 | 106 | 1060 | 100 | 10600 |
| | **300** | **1704** | | **13304** |

***a) Calcolo della media aritmetica, armonica e geometrica:***

$$\mathbf{M(X) =} \frac{\Sigma X * f}{\Sigma f} = \frac{1704}{300} = \mathbf{5,6800}$$

***b) Calcolo della mediana e della moda:***

X150° =< mediana =< X151° : **me** = **6**

**moda** = **10**

***c) Calcolo della varianza:***

$V(X) = M(X^2) - m(X)^2 =$ 13304/300 - 5,68^2 = **12,0843**

## ESERCIZIO 2

| X | Y | X * Y | $X^2$ | $Y^2$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 15 | 15 | 1 | 225 |
| 3 | 50 | 150 | 9 | 2500 |
| 6 | 99 | 594 | 36 | 9801 |
| 11 | 170 | 1870 | 121 | 28900 |
| **21** | **334** | **2629** | **167** | **41426** |

Sui dati presentati in tabella calcolare:
a) i parametri della retta interpolante Y'=a+bX;
b) il coefficiente di correlazione lineare, commentandolo brevemente;
c) giudicare la bontà di accostamento.

**a) Calcolo dei parametri della retta interpolante Y'=a+bX :**

Calcolo attraverso le formule dirette (ma si poteva anche sviluppare il sistema):

$b = \frac{Cov(X;Y)}{V(X)}$ $\qquad$ $a = M(Y) - bM(X)$

$M(X) = \frac{21}{4} =$ **5,25**

$M(Y) = \frac{334}{4} =$ **83,5**

$Cov(X;Y) = M(X*Y) - M(X)*M(Y) = \frac{2629}{4} - 5,25 * 83,5 =$ **218,8750**

$V(X) = M(X^2) - M(X)^2 = \frac{167}{4} - 5,25\text{^}2 =$ **14,1875**

**b =** $\frac{Cov(X;Y)}{V(X)} = \frac{218,875}{14,1875} =$ **15,4273**

**a =** $M(Y) - bM(X) = 83,5 - (15,4273) * 5,25 =$ **2,5066**

**b) Calcolo del coefficiente di correlazione lineare e suo breve commento:**

$r = \frac{Cov(X;Y)}{\sigma(X)\,\sigma(Y)}$

$V(Y) = \frac{41426}{4} - 83,5\text{^}2 =$ **3384,2500**

$\sigma(Y) =$ RADQ(3384,25) = **58,1743**

$\sigma(X) =$ RADQ(14,1875) = **3,7666**

**r =** $\frac{218,875}{58,1743 * 3,7666} =$ **0,9989** **Si registra una forte relazione lineare diretta**

**c) Giudicare la bontà di accostamento:**

Per giudicare la bontà di accostamento del modello teorico, calcolo il coefficiente di determinazione:

$\mathbf{r^2 =}$ (0,9989)^2= **0,9978**

**Il modello teorico spiega in maniera ottima la variabilità delle frequenze osservate.**

## ESERCIZIO 3

Lo schema da utilizzare è quello della v.c. Binomiale con parametri:

$p =$ 0,25
$n =$ 5

La distribuzione di probabilità quindi è la seguente:

| **X** | **P(X)** |
|---|---|
| 0 | 0,23730469 |
| 1 | 0,39550781 |
| 2 | 0,26367188 |
| 3 | 0,08789063 |
| 4 | 0,01464844 |
| 5 | 0,00097656 |
| | **1** |

Media = np = 1,25
Varianza = npq = 0,9375

## ESERCIZIO 4

```
# CREO IL VETTORE DELLE X:
k=c(0:5)

# CALCOLO I VALORI DELLA VARIABILE BINOMIALE:
dbinom(k, 5, 0.25)

# LA MEDIANA E':
qbinom(0.5, 5, 0.25)

# IL PRIMO QUARTILE CORRISPONDE AL 25% DELLA DISTRIBUZIONE:
qbinom(0.25, 5, 0.25)

# IL TERZO QUARTILE CORRISPONDE AL 75% DELLA DISTRIBUZIONE:
qbinom(0.75, 5, 0.25)

# DISEGNO IL GRAFICO DELLA DISTRIBUZIONE DI PROBABILITA':
barplot(dbinom(k, 5, 0.25), names.arg=k, xlab="X", ylab="P(X)")
```

## ESERCIZIO 5

```
# CREO I VETTORI DEI DATI
dati=c(39, 45, 38, 36, 27, 33, 44, 41, 38, 38);

# EFFETTUO IL TEST BILATERALE PER VERIFICARE LE IPOTESI:
# H0: mu=38                H1: mu!=38
t.test(dati, mu=38, alternative="two.sided", conf.level=0.95)

# POICHE' IL LIVELLO DI SIGNIFICATIVITA' (0.05) E' MINORE DEL P-VALUE CALCOLATO (0.953) SI ACCETTA L'IPOTESI NULLA
# L'INTERVALLO DI CONFIDENZA PER LA MEDIA E' COMPRESO FRA 34.16839 E 41.63161
```

# PROBABILITA' E STATISTICA

Prova del 17/02/2017

Traccia B

## ESERCIZIO 1

Sulla distribuzione di frequenze presentata in tabella, calcolare:
a) la media aritmetica, la media armonica e la media geometrica;
b) la mediana e la moda;
c) la varianza.

| X | f | X*f | $X^2$ | $X^2$*f |
|---|---|---|---|---|
| 4 | 10 | 40 | 16 | 160 |
| 5 | 25 | 125 | 25 | 625 |
| 6 | 36 | 216 | 36 | 1296 |
| 11 | 29 | 319 | 121 | 3509 |
| | **100** | **700** | | **5590** |

***a) Calcolo della media aritmetica, armonica e geometrica:***

$$\mathbf{M(X)} = \frac{\Sigma X * f}{\Sigma f} = \frac{700}{100} = \mathbf{7{,}0000}$$

***b) Calcolo della mediana e della moda:***

X50° =< mediana =< X51° : **me** = **6**

**moda** = **6**

***c) Calcolo della varianza:***

$V(X) = M(X^2) - m(X)^2 =$ 5590/100 - 7^2 = **6,9000**

## ESERCIZIO 2

| X | Y | X * Y | $X^2$ | $Y^2$ |
|---|---|---|---|---|
| 5 | 8 | 40 | 25 | 64 |
| 11 | 18 | 198 | 121 | 324 |
| 20 | 30 | 600 | 400 | 900 |
| 25 | 41 | 1025 | 625 | 1681 |
| **61** | **97** | **1863** | **1171** | **2969** |

Sui dati presentati in tabella calcolare:
a) i parametri della retta interpolante Y'=a+bX;
b) il coefficiente di correlazione lineare, commentandolo brevemente;
c) giudicare la bontà di accostamento.

**a) Calcolo dei parametri della retta interpolante Y'=a+bX :**

Calcolo attraverso le formule dirette (ma si poteva anche sviluppare il sistema):

$$b = \frac{Cov(X;Y)}{V(X)} \qquad a = M(Y) - bM(X)$$

$$M(X) = \frac{61}{4} = \mathbf{15{,}25}$$

$$M(Y) = \frac{97}{4} = \mathbf{24{,}25}$$

$$Cov(X;Y) = M(X*Y) - M(X)*M(Y) = \frac{1863}{4} - 15{,}25 * 24{,}25 = \mathbf{95{,}9375}$$

$$V(X) = M(X^2) - M(X)^2 = \frac{1171}{4} - 15{,}25\text{^}2 = \mathbf{60{,}1875}$$

$$\mathbf{b =} \frac{Cov(X;Y)}{V(X)} = \frac{95{,}9375}{60{,}1875} = \mathbf{1{,}5940}$$

$$\mathbf{a =} \quad M(Y) - bM(X) = 24{,}25 - (1{,}594) * 15{,}25 = \mathbf{-0{,}0582}$$

**b) Calcolo del coefficiente di correlazione lineare e suo breve commento:**

$$r = \frac{Cov(X;Y)}{\sigma(X)\,\sigma(Y)}$$

$$V(Y) = \frac{2969}{4} - 24{,}25\text{^}2 = \mathbf{154{,}1875}$$

$$\sigma(Y) = \quad RADQ(154{,}1875) = \mathbf{12{,}4172}$$

$$\sigma(X) = \quad RADQ(60{,}1875) = \mathbf{7{,}7581}$$

$$\mathbf{r =} \frac{95{,}9375}{12{,}4172 * 7{,}7581} = \mathbf{0{,}9959}$$

**Si registra una forte relazione lineare diretta**

**c) Giudicare la bontà di accostamento:**

Per giudicare la bontà di accostamento del modello teorico, calcolo il coefficiente di determinazione:

$$\mathbf{r^2 =} \quad (0{,}9959)\text{^}2 = \mathbf{0{,}9918}$$

**Il modello teorico spiega in maniera ottima la variabilità delle frequenze osservate.**

## ESERCIZIO 3

Lo schema da utilizzare è quello della v.c. Binomiale con parametri:

$p$ = 0,2
$n$ = 5

La distribuzione di probabilità quindi è la seguente:

| X | P(X) |
|---|---|
| 0 | 0,32768 |
| 1 | 0,4096 |
| 2 | 0,2048 |
| 3 | 0,0512 |
| 4 | 0,0064 |
| 5 | 0,00032 |
| | **1** |

Media = np = 1
Varianza = npq = 0,8

## ESERCIZIO 4

```
# CREO IL VETTORE DELLE X:
k=c(0:5)

# CALCOLO I VALORI DELLA VARIABILE BINOMIALE:
dbinom(k, 5, 0.2)

# LA MEDIANA E':
qbinom(0.5, 5, 0.2)

# IL PRIMO QUARTILE CORRISPONDE AL 25% DELLA DISTRIBUZIONE:
qbinom(0.25, 5, 0.2)

# IL TERZO QUARTILE CORRISPONDE AL 75% DELLA DISTRIBUZIONE:
qbinom(0.75, 5, 0.2)

# DISEGNO IL GRAFICO DELLA DISTRIBUZIONE DI PROBABILITA':
barplot(dbinom(k, 5, 0.2), names.arg=k, xlab="X", ylab="P(X)")
```

## ESERCIZIO 5

```
# CREO I VETTORI DEI DATI
dati=c(39, 45, 38, 36, 27, 33, 44, 41, 38, 38);

# EFFETTUO IL TEST BILATERALE PER VERIFICARE LE IPOTESI:
# H0: mu=46                H1: mu!=46
t.test(dati, mu=46, alternative="two.sided", conf.level=0.95)

# POICHE' IL LIVELLO DI SIGNIFICATIVITA' (0.05) E' MAGGIORE DEL P-VALUE (0.0008356) SI RIFIUTA L'IPOTESI NULLA
# L'INTERVALLO DI CONFIDENZA PER LA MEDIA E' COMPRESO FRA 34.16839 E 41.63161
```

# PROBABILITA' E STATISTICA

## Prova del 17/02/2017

## Traccia C

### ESERCIZIO 1

Sulla distribuzione di frequenze presentata in tabella, calcolare:
a) la media aritmetica, la media armonica e la media geometrica;
b) la mediana e la moda;
c) la varianza.

| **X** | **f** | **X*f** | **$X^2$** | **$X^2$*f** |
|---|---|---|---|---|
| 3 | 5 | 15 | 9 | 45 |
| 8 | 10 | 80 | 64 | 640 |
| 10 | 12 | 120 | 100 | 1200 |
| 12 | 23 | 276 | 144 | 3312 |
| | **50** | **491** | | **5197** |

***a) Calcolo della media aritmetica, armonica e geometrica:***

**M(X) =** $\frac{\Sigma X * f}{\Sigma f} = \frac{491}{50} =$ **9,8200**

***b) Calcolo della mediana e della moda:***

X25° =< mediana =< X26° : **me** = **10**

**moda** = **12**

***c) Calcolo della varianza:***

V(X) = $M(X^2) - m(X)^2 =$ 5197/50 - 9,82^2 = **7,5076**

## ESERCIZIO 2

| X | Y | X * Y | $X^2$ | $Y^2$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 10 | 10 | 1 | 100 |
| 2 | 21 | 42 | 4 | 441 |
| 5 | 49 | 245 | 25 | 2401 |
| 7 | 75 | 525 | 49 | 5625 |
| **15** | **155** | **822** | **79** | **8567** |

Sui dati presentati in tabella calcolare:
a) i parametri della retta interpolante Y'=a+bX;
b) il coefficiente di correlazione lineare, commentandolo brevemente;
c) giudicare la bontà di accostamento.

**a) Calcolo dei parametri della retta interpolante Y'=a+bX :**

Calcolo attraverso le formule dirette (ma si poteva anche sviluppare il sistema):

$b = \frac{Cov(X;Y)}{V(X)}$ $\quad$ $a = M(Y) - bM(X)$

$M(X) = \frac{15}{4} =$ **3,75**

$M(Y) = \frac{155}{4} =$ **38,75**

$Cov(X;Y) = M(X*Y) - M(X)*M(Y) = \frac{822}{4} - 3,75 * 38,75 =$ **60,1875**

$V(X) = M(X^2) - M(X)^2 = \frac{79}{4} - 3,75\text{^}2 =$ **5,6875**

**b =** $\frac{Cov(X;Y)}{V(X)} = \frac{60,1875}{5,6875} =$ **10,5824**

**a =** $M(Y) - bM(X) = 38,75 - (10,5824) * 3,75 =$ **-0,9341**

**b) Calcolo del coefficiente di correlazione lineare e suo breve commento:**

$r = \frac{Cov(X;Y)}{\sigma(X)\,\sigma(Y)}$

$V(Y) = \frac{8567}{4} - 38,75\text{^}2 =$ **640,1875**

$\sigma(Y) =$ RADQ(640,1875) = **25,3019**

$\sigma(X) =$ RADQ(5,6875) = **2,3848**

**r =** $\frac{60,1875}{25,3019 * 2,3848} =$ **0,9975** $\quad$ **Si registra una forte relazione lineare diretta**

**c) Giudicare la bontà di accostamento:**

Per giudicare la bontà di accostamento del modello teorico, calcolo il coefficiente di determinazione:

$\mathbf{r^2 =}$ (0,9975)^2= **0,9949**

**Il modello teorico spiega in maniera ottima la variabilità delle frequenze osservate.**

## ESERCIZIO 3

Lo schema da utilizzare è quello della v.c. Binomiale con parametri:

$p$ = 0,3
$n$ = 5

La distribuzione di probabilità quindi è la seguente:

| X | P(X) |
|---|---|
| 0 | 0,16807 |
| 1 | 0,36015 |
| 2 | 0,3087 |
| 3 | 0,1323 |
| 4 | 0,02835 |
| 5 | 0,00243 |
| | **1** |

Media = np = 1,5
Varianza = npq = 1,05

## ESERCIZIO 4

```
# CREO IL VETTORE DELLE X:
k=c(0:5)

# CALCOLO I VALORI DELLA VARIABILE BINOMIALE:
dbinom(k, 5, 0.3)

# LA MEDIANA E':
qbinom(0.5, 5, 0.3)

# IL PRIMO QUARTILE CORRISPONDE AL 25% DELLA DISTRIBUZIONE:
qbinom(0.25, 5, 0.3)

# IL TERZO QUARTILE CORRISPONDE AL 75% DELLA DISTRIBUZIONE:
qbinom(0.75, 5, 0.3)

# DISEGNO IL GRAFICO DELLA DISTRIBUZIONE DI PROBABILITA':
barplot(dbinom(k, 5, 0.3), names.arg=k, xlab="X", ylab="P(X)")
```

## ESERCIZIO 5

```
# CREO I VETTORI DEI DATI
dati=c(18, 14, 25, 16, 22, 19, 30, 28, 14, 32);

# EFFETTUO IL TEST BILATERALE PER VERIFICARE LE IPOTESI:
# H0: mu=22                 H1: mu!=22
t.test(dati, mu=22, alternative="two.sided", conf.level=0.95)

# POICHE' IL LIVELLO DI SIGNIFICATIVITA' (0.05) E' MINORE DEL P-VALUE CALCOLATO (0.9263) SI ACCETTA L'IPOTESI NULLA
# L'INTERVALLO DI CONFIDENZA PER LA MEDIA E' COMPRESO FRA 17.04528 E 26.55472
```

# PROBABILITA' E STATISTICA

Prova del 17/02/2017

Traccia D

## ESERCIZIO 1

Sulla distribuzione di frequenze presentata in tabella, calcolare:
a) la media aritmetica, la media armonica e la media geometrica;
b) la mediana e la moda;
c) la varianza.

| X | f | X*f | $X^2$ | $X^2$*f |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 15 | 15 | 1 | 15 |
| 2 | 28 | 56 | 4 | 112 |
| 5 | 33 | 165 | 25 | 825 |
| 9 | 24 | 216 | 81 | 1944 |
| | **100** | **452** | | **2896** |

***a) Calcolo della media aritmetica, armonica e geometrica:***

$$\mathbf{M(X) =} \quad \frac{\Sigma X * f}{\Sigma f} = \frac{452}{100} = \mathbf{4{,}5200}$$

***b) Calcolo della mediana e della moda:***

X50° =< mediana =< X51° : **me** = **5**

**moda** = **5**

***c) Calcolo della varianza:***

$V(X) = \quad M(X^2) - m(X)^2 = \quad 2896/100 - 4{,}52\text{^}2 = \quad \mathbf{8{,}5296}$

## ESERCIZIO 2

| $X$ | $Y$ | $X * Y$ | $X^2$ | $Y^2$ |
|---|---|---|---|---|
| 3 | 15 | 45 | 9 | 225 |
| 6 | 29 | 174 | 36 | 841 |
| 7 | 33 | 231 | 49 | 1089 |
| 10 | 50 | 500 | 100 | 2500 |
| **26** | **127** | **950** | **194** | **4655** |

Sui dati presentati in tabella calcolare:
a) i parametri della retta interpolante Y'=a+bX;
b) il coefficiente di correlazione lineare, commentandolo brevemente;
c) giudicare la bontà di accostamento.

**a) Calcolo dei parametri della retta interpolante Y'=a+bX :**

Calcolo attraverso le formule dirette (ma si poteva anche sviluppare il sistema):

$$b = \frac{Cov(X;Y)}{V(X)} \qquad a = M(Y) - bM(X)$$

$$M(X) = \frac{26}{4} = \mathbf{6,5}$$

$$M(Y) = \frac{127}{4} = \mathbf{31,75}$$

$$Cov(X;Y) = M(X*Y) - M(X)*M(Y) = \frac{950}{4} - 6,5 * 31,75 = \mathbf{31,1250}$$

$$V(X) = M(X^2) - M(X)^2 = \frac{194}{4} - 6,5\text{^}2 = \mathbf{6,2500}$$

$$\mathbf{b} = \frac{Cov(X;Y)}{V(X)} = \frac{31,125}{6,25} = \mathbf{4,9800}$$

$$\mathbf{a} = M(Y) - bM(X) = 31,75 - (4,98) * 6,5 = \mathbf{-0,6200}$$

**b) Calcolo del coefficiente di correlazione lineare e suo breve commento:**

$$r = \frac{Cov(X;Y)}{\sigma(X)\ \sigma(Y)}$$

$$V(Y) = \frac{4655}{4} - 31,75\text{^}2 = \mathbf{155,6875}$$

$$\sigma(Y) = RADQ(155,6875) = \mathbf{12,4775}$$

$$\sigma(X) = RADQ(6,25) = \mathbf{2,5000}$$

$$\mathbf{r} = \frac{31,125}{12,4775 * 2,5} = \mathbf{0,9978}$$

**Si registra una forte relazione lineare diretta**

**c) Giudicare la bontà di accostamento:**

Per giudicare la bontà di accostamento del modello teorico, calcolo il coefficiente di determinazione:

$$\mathbf{r^2} = (0,9978)\text{^}2 = \mathbf{0,9956}$$

**Il modello teorico spiega in maniera ottima la variabilità delle frequenze osservate.**

## ESERCIZIO 3

Lo schema da utilizzare è quello della v.c. Binomiale con parametri:

*p* = 0,1
*n* = 5

La distribuzione di probabilità quindi è la seguente:

| **X** | **P(X)** |
|---|---|
| 0 | 0,59049 |
| 1 | 0,32805 |
| 2 | 0,0729 |
| 3 | 0,0081 |
| 4 | 0,00045 |
| 5 | 0,00001 |
| | **1** |

Media = np = 0,5
Varianza = npq = 0,45

## ESERCIZIO 4

```
# CREO IL VETTORE DELLE X:
k=c(0:5)

# CALCOLO I VALORI DELLA VARIABILE BINOMIALE:
dbinom(k, 5, 0.1)

# LA MEDIANA E':
qbinom(0.5, 5, 0.1)

# IL PRIMO QUARTILE CORRISPONDE AL 25% DELLA DISTRIBUZIONE:
qbinom(0.25, 5, 0.1)

# IL TERZO QUARTILE CORRISPONDE AL 75% DELLA DISTRIBUZIONE:
qbinom(0.75, 5, 0.1)

# DISEGNO IL GRAFICO DELLA DISTRIBUZIONE DI PROBABILITA':
barplot(dbinom(k, 5, 0.1), names.arg=k, xlab="X", ylab="P(X)")
```

## ESERCIZIO 5

```
# CREO I VETTORI DEI DATI
dati=c(27, 22, 38, 23, 32, 29, 45, 41, 22, 49);

# EFFETTUO IL TEST BILATERALE PER VERIFICARE LE IPOTESI:
# H0: mu=33                  H1: mu!=33
t.test(dati, mu=33, alternative="two.sided", conf.level=0.95)

# POICHE' IL LIVELLO DI SIGNIFICATIVITA' (0.05) E' MINORE DEL P-VALUE CALCOLATO (0.9505) SI ACCETTA L'IPOTESI NULLA
# L'INTERVALLO DI CONFIDENZA PER LA MEDIA E' COMPRESO FRA 25.71191 39.88809
```