

Foglio 8

Consegna mercoledì 28 Novembre

Esercizio 1 (Punti 8). 1. Determinare il polinomio caratteristico della matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

2. Determinare gli autovalori di A .
3. Determinare una base di \mathbb{R}^3 formata da autovettori di A .
4. Determinare due matrici D e Q tali che sia D diagonale e $D = QAQ^{-1}$.

Esercizio 2 (Punti 9). 1. Discutere la diagonalizzabilità della matrice

$$B_\beta = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ \beta & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \beta \\ 0 & 0 & 0 & \beta \end{bmatrix}$$

al variare di $\beta \in \mathbb{R}$.

2. Per $\beta = 3$ determinare una base di autovettori di \mathbb{R}^4 .
3. Si consideri l'omomorfismo f_{B_3} associato alla matrice B_3 . Scrivere la matrice associata a f_{B_3} rispetto alla base di autovettori sia su dominio che codominio.

Esercizio 3 (Punti 6). Si consideri la matrice $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \\ 0 & -1 & -2 \end{bmatrix}$

1. Si verifichi che 1 e -3 sono autovalori di A .
2. Si verifichi che $(1 \ 0 \ 0)^T$, $(0 \ 1 \ 1)^T$ e $(0 \ -3 \ 1)^T$ sono autovettori di A .
3. Si calcoli A^8 .

Esercizio 4 (Punti 7). Sia $A \in M_{n \times n}(\mathbb{C})$. Dimostrare che A e A^T hanno gli stessi autovalori, ma non necessariamente gli stessi autovettori.