Esercitazioni di Statistica per Biotecnologie

Francesca Pizzorni Ferrarese

Esercitazione I – Statistica descrittiva

Es.1

Rilevando con uno strumento di misurazione il numero di particelle cosmiche in 40 periodi consecutive di un minuto si ottengono i seguenti dati

0	2	1	4	3	1	2	3	8	2	5	2	1	3	3	1	3	2	2	5
4	4	4	2	3	5	5	1	1	2	4	4	2	3	3	3	3	3	3	2

1. Indicare il tipo di carattere
2. Riportare in una tabella ad entrata semplice le frequenze relativa, assoluta e cumulativa (tabella di distribuzione di frequenza).
3. Scegliere una rappresentazione grafica idonea

Es.2

I seguenti dati sono il risultato di 80 determinazioni, in una data unità di misura, dell'emissione giornaliera di gas inquinante da un impianto industriale

15.8	26.4	17.3	11.2	23.9	24.8	18.7	13.9	9.0	13.2
22.7	9.8	6.2	14.7	17.5	26.1	12.8	28.6	17.6	23.7
26.8	22.7	18.0	20.5	11.0	20.9	15.5	19.4	16.7	10.7
19.1	15.2	22.9	26.6	20.4	21.4	19.2	21.6	16.9	19.0
18.5	23.0	24.6	20.1	16.2	18.0	7.7	13.5	23.5	14.5
14.4	29.6	19.4	17.0	20.8	24.3	22.5	24.6	18.4	18.1
8.3	21.9	12.3	22.3	13.3	11.8	19.3	20.0	25.7	31.8
25.9	10.5	15.9	27.5	18.1	17.9	9.4	24.1	20.1	28.5

1. Indicare il tipo di carattere
2. Calcolare il campo di variazione o range dei dati
3. Riportare in una tabella ad entrata semplice le frequenze relativa, assoluta e cumulative (tabella di distribuzione di frequenza) per ciascuna delle classi opportunamente identificate.
4. Rappresentare mediante istogramma i dati

Es.3

In uno stabilimento vengono registrati i casi di malfunzionamento di una macchina utensile controllata dal computer, e le loro cause. I dati relativi ad un certo mese sono i seguenti

fluttuazioni di tensione	6
instabilità del sistema di controllo	22
errore dell'operatore	13
strumento usurato e non sostituito	2
altre cause	5
Totale	48

1. Indicare il tipo di carattere
2. Riportare in una tabella ad entrata semplice le frequenze relativa e assoluta (tabella di distribuzione di frequenza) per ciascuna delle classi opportunamente identificate.

Es. 4

Sia dato il seguente insieme di 20 dati, che rappresentano il peso alla nascita (in g) di 20 bambini nati in una settimana in clinica

3280	3320	2500	2760
3260	3650	2840	3250
3240	3200	3600	3320
3480	3020	2840	3200
4160	2580	3540	3780

1. Calcolare la media e la mediana
2. Calcolare la media e la mediana sostituendo in tabella al primo valore 500 (nato prematuro). Commentare i risultati.

Es. 5

I dati seguenti rappresentano i valori dei globuli bianchi (in migliaia) rilevati in 10 pazienti ricoverati in una mattina in ospedale

7 35 5 9 8 3 10 12 8 7

1. Calcolare la media e la mediana
2. Calcolare la media e la mediana nel caso il secondo paziente in tabella avesse un valore di 70 anziché 35. Commentare i risultati.

Es. 6

Calcolare il primo ed il terzo quartile dell'insieme di dati

32.2 32.0 30.4 31.0 31.2 31.3 30.3 29.6 30.5 30.7

Es.7

Calcolare la varianza e la deviazione standard dei dati presentati nell'Es. 4

Es. 8

I seguenti dati sono i tempi di esecuzione di una certa operazione misurati in minuti

0.6 1.2 0.9 1.0 0.6 0.8

Calcolare la varianza e la deviazione standard

Es. 9

Per la partecipazione ad una gara di matematica una scuola deve formare una squadra da 6 studenti; con una selezione preliminare, attraverso un test con punteggio Massimo di 100 punti, sulla base della media dei migliori 6 punteggi risultano 3 squadre a pari merito. Con quale criterio può essere scelta la squadra da mandare alla gara?

squadra	*punteggi degli studenti*					
A	73	76	77	85	88	90
B	74	74	78	84	88	91
C	72	77	79	82	84	95

Es. 10

Le misure del diametro di un cuscinetto a sfera effettuate con uno strumento hanno valor medio $\bar{x}$=3.92 mm e uno scarto quadratico medio σ=0.015 mm; le misure della lunghezza di una sbarra rigida effettuate con un altro strumento hanno invece un valore medio $\bar{x}$=1.54 m e uno scarto quadratico medio σ=0.008 m. Quale dei due strumenti è relativamente più preciso?

Es. 11

Nella tabella seguente si riportano i punteggi ottenuti in 40 lanci successive di un dado

classe (punteggio)	f_i
1	9
2	8
3	5
4	5
5	6
6	7

Calcolare la media, la mediana, la moda e la varianza.

Es. 12

In un collettivo di 9 imprese è stato rilevato il numero di addetti:

Impresa	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Numero addetti	300	50	200	50	150	80	150	100	150

1. Determinare media e varianza.
2. Costruire il box-plot della distribuzione.

Es. 13

Sia data la seguente distribuzione di frequenza di 283 dipendenti di un'azienda per classi di età:

classi di età	30|- 34	34|- 38	38|- 42	42|- 46	46|- 50	50|-52	52|-56	56|-58	58|-65
dipendenti	37	48	20	33	33	21	26	50	15

1. Si costruisca istogramma e box-plot della distribuzione.

2. Si commenti la natura simmetrica o asimmetrica della distribuzione.

Es. 14

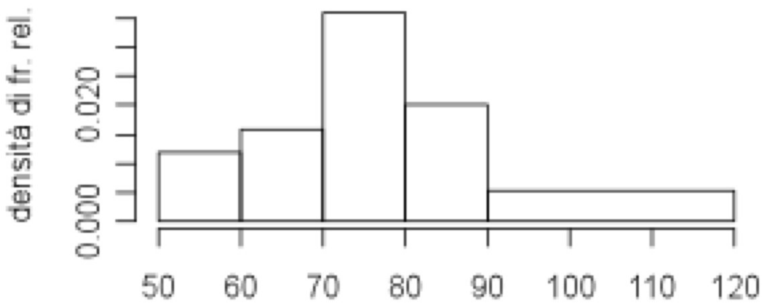
Graficare mediante box-plot i seguenti dati: età delle attrice all'epoca in cui hanno vinto il primo oscar

50	44	35	80	26	28	41
21	61	38	49	33	74	30
33	41	31	35	41	42	37
26	34	34	35	26	61	60
34	24	30	37	31	27	39
34	26	25	33			

Indicare la presenza di eventuali outlier.

Es. 15

L'istogramma rappresenta l'incidenza di una patologia per fascia d'età registrata nel 2009 in un ospedale (N=100).



1) quanti elementi si ammalano prima dei 70 anni?
2) quanti elementi si ammalano fra i 70 e i 90 anni?
3) Indicare la media
4) Indicare la moda
5) Indicare la mediana.
6) Indicare la distanza interquartile.

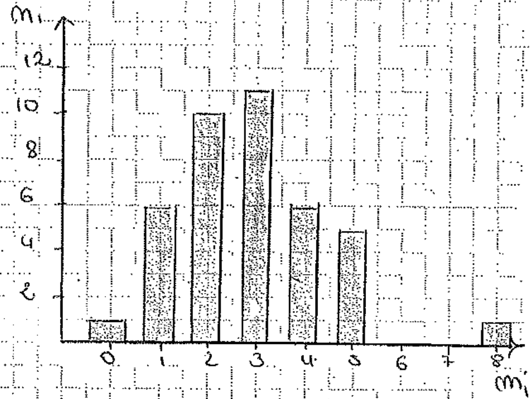
ESERCITAZIONE 4 03/12/2010

STATISTICA DESCRITTIVA

(4) 1. quantitativo discreto

2. x_i	n_i	f_i	F_i
0	1	0,025	0,025
1	6	0,15	0,175
2	10	0,25	0,425
3	11	0,275	0,7
4	6	0,15	0,85
5	5	0,125	0,975
6	0	0	0,975
7	0	0	0,975
8	1	0,025	1

3. diagramma a barre



(5) Ordino i dati in maniera crescente.

1. 3 5 7 7 8 8 9 10 12 35

$\bar{x} = \frac{3+5+\dots+12+35}{10} = 10,4$ M = 8

2. $\bar{x} = \frac{3+5+\dots+12+35}{10} = 43,9$ M = 8 70

la mediana risulta meno sensibile agli outlier rispetto alla media.

(6) Ordino i dati

29,6 30,3 30,4 30,5 30,7 31,0 31,2 31,3
32,0 32,2

Calcolo la dimensione dei "quarti" $\frac{N-1}{4} = 2,25 \to 3$

Se non esce esatto l'osservazione successiva all'elemento medio fra quella successiva e quella dopo ancora (come in questo caso).

$$q_1 = \frac{30,4 + 30,5}{2} = 30,45$$

$$q_3 = \frac{31,3 + 31,2}{2} = 31,25$$

(8) la media $\bar{m} = \frac{0,6 + 1,2 + \ldots + 0,8}{6} = 0,85$ minuti.

Usiamo la formula "breve" $\sigma^2 = \left(\sum_{i=1}^{M} f_i m_i^2\right) - \bar{m}^2$

m_i	n_i	f_i	m_i^2	$f_i m_i^2$
0,6	2	$0,\bar{3}$	0,36	0,12
0,8	1	$0,1\bar{6}$	0,64	$0,10\bar{6}$
0,9	1	$0,1\bar{6}$	0,81	0,135
1,0	1	$0,1\bar{6}$	1	$0,1\bar{6}$
1,2	1	$0,1\bar{6}$	1,44	0,24
				$0,768\bar{3}$

$$\Rightarrow \sigma^2 = 0,768\bar{3} - \underbrace{0,7225}_{\bar{m}^2} = 0,0458\bar{3}$$

$\sigma = 0,21408$

(9) la somma dei punteggi ottenuti da ciascuna squadra è 489
la media $\bar{m}$ vale 81,5 per tutte e 3, e non è quindi un criterio utilizzabile.
Calcoliamo la varianza e lo scarto quadratico medio.
Usiamo la formula tradizionale $\sigma^2 = \sum_{i=1}^{M} f_i (m_i - \bar{m})^2 = \frac{\sum_{i=1}^{M} n_i (m_i - \bar{m})^2}{N}$

A			B			C		
m_i	$m_i - \bar{m}$	$(m_i - \bar{m})^2$	m_i	$m_i - \bar{m}$	$(m_i - \bar{m})^2$	m_i	$m_i - \bar{m}$	$(m_i - \bar{m})^2$
73	-8,5	72,25	74	-7,5	56,25	72	-9,5	90,25
76	-5,5	30,25	74	-7,5	56,25	77	-4,5	20,25
77	-4,5	20,25	78	-3,5	12,25	79	-2,5	6,25
85	3,5	12,25	84	2,5	6,25	82	0,5	0,25
88	6,5	42,25	88	6,5	42,25	84	2,5	6,25
90	8,5	72,25	91	9,5	90,25	95	13,5	182,25
		249,5			263,5			305,5

A $\sigma^2 = 41,58$ $\sigma = 6,45$ ← scelgo la squadra A

B $\sigma^2 = 43,92$ $\sigma = 6,63$

C $\sigma^2 = 50,92$ $\sigma = 7,14$

(14) $N = 39$ $q_0 = 21$ $q_4 = 80$ $\log_2 x = \frac{\log_{10} x}{\log_{10} 2} = \frac{\ln x}{\ln 2}$

quante classi? 7 ← non è univocamente!

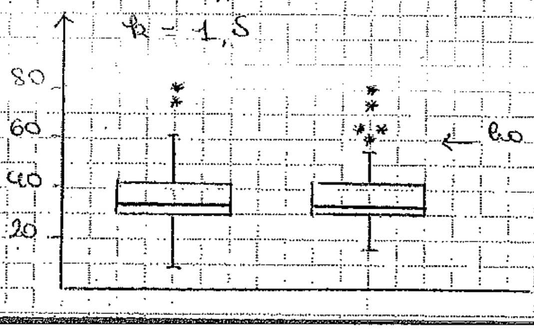
Per i miei dati ne scelgo 9

c_i	$\inf_i$	$\sup_i$	n_i	f_i	F_i	d_i
1	20	25	3	0,077	0,077	0,0154
2	25	30	8	0,205	0,282	0,041
3	30	35	12	0,307	0,589	0,0614
4	35	40	4	0,102	0,691	0,0204
5	40	45	5	0,128	0,819	0,0256
6	45	50	2	0,051	0,87	0,0102
7	50	60	1	0,025	0,895	$2,5 \cdot 10^{-3}$
8	60	70	2	0,051	0,946	$5,1 \cdot 10^{-3}$
9	70	80	2	0,051	0,997	$5,1 \cdot 10^{-3}$

↑ ≅ 1 problemi di arrotondamento

- $q_2 = \inf_i + (\sup_i - \inf_i)\frac{0,5 - F_{i-1}}{f_i} = 30 + 5 \cdot 0,71 = 33,55$
- $q_1 = \inf_i + (\sup_i - \inf_i)\frac{0,25 - F_{i-1}}{f_i} = 25 + 5 \cdot \frac{0,25 - 0,077}{0,205} = 29,21$
- $q_3 = \inf_i + (\sup_i - \inf_i)\frac{0,75 - F_{i-1}}{f_i} = 40 + 5 \cdot \frac{0,75 - 0,691}{0,128} = 42,3$
- $VAS = q_3 + k \cdot D = 42,3 + \begin{cases} 1 \cdot (42,3 - 29,21) = 55,1 \\ 1,5 \cdot (42,3 - 29,21) = 61,935 \end{cases}$
- $VAI = q_1 - k \cdot D = 29,21 - \begin{cases} 1 \cdot (42,3 - 29,21) = 16,41 \\ 1,5 \cdot (42,3 - 29,21) = 9,575 \end{cases}$

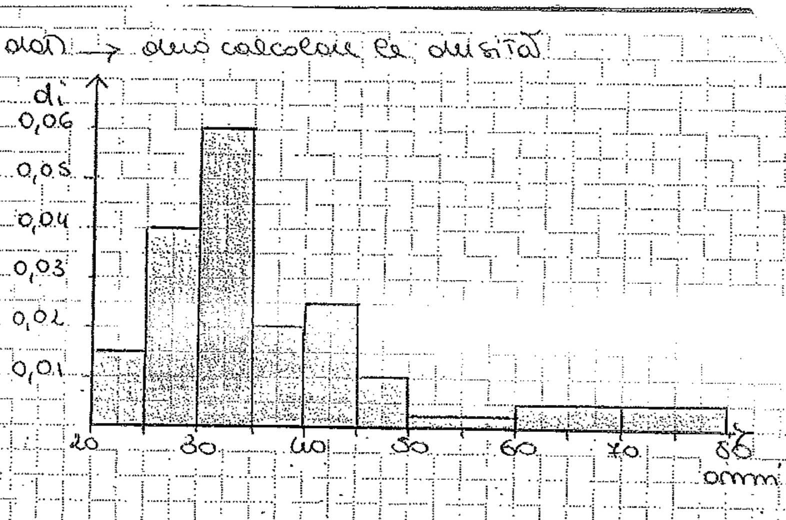
$k = 1,5$



← ho più outlier (60 e 61)

Costruisco l'istogramma dei dati → devo calcolare le densità

$$d_i = \frac{f_i}{sup_i = ampl_i}$$



Faccio il confronto con la mediana calcolata sulle osservazioni e la distanza interquartile

Ordino i dati

21	24	25	26	26	26	26	27	28	30	30	31	31	33
33	33	34	34	34	34	35	35	37	37	38	39	41	41
41	42	44	49	50	60	61	61	74	80				

35

calcolo la dimensione della metà $\frac{N-1}{2} = \frac{38}{2} = 19 \rightarrow$ mediana $= 34$

Prendo il 20° elemento

Differisce, come ci aspettavamo, da quanto calcolato prima.

Calcolo q_1 sulle osservazioni $\frac{N-1}{4} = 9,5$ arrotondo a 10

media fra il 10° e l'11° elemento

$$q_1 = \frac{30+30}{2} = 30 \neq 29,21 \text{ calcolato prima}$$

Calcolo $q_3 = \frac{41+41}{2} = 41 \neq 42,3$

La distanza interquartile era $42,3 - 29,21 = 13,09$

mentre ora è $41 - 30 = 11$

(15) 1. Base: estremi della base

Altezza: densità di frequenza $\frac{f_i}{sup_i - inf_i} = d_i$ $N=100$

$f_1 = 10 \cdot 0,013 = 0,13 \rightarrow 13\ pz$
$f_2 = 10 \cdot 0,017 = 0,17 \rightarrow 17\ pz$ } 30 pz

2. $f_3 = 10 \cdot 0,035 = 0,35 \rightarrow$ ~~...~~ $35\ pz$
$f_4 = 10 \cdot 0,020 = 0,20 \rightarrow 20\ pz$ } 55 pz

3. Di ogni classe calcolo il valore centrale $\bar{c_i}$

c_i	inf_i	sup_i	$\bar{c_i}$	f_i	$\bar{c_i} f_i$	F_i
1	50	60	55	0,13	7,15	0,13
2	60	70	65	0,17	11,05	0,3
3	70	80	75	0,35	26,25	0,65
4	80	90	85	0,20	17	0,85
5	90	120	105	0,15	15,75	1

$\bar{a} = \sum_{i=1}^{H} \bar{c_i} f_i = 77,2$

4. moda $\rightarrow$ scelgo la classe con la frequenza maggiore.

5. Trovo la classe i in cui cade q_2 e calcolo l'area residua

$0,5 - F_{i-1} = 0,5 - 0,3 = 0,2$

Calcolo la base del rettangolo "parziale"

$b \frac{f_i}{sup_i - inf_i} = 0,2 \Rightarrow b = \frac{0,2 \cdot 10}{0,35} = 5,714$

$\Rightarrow q_2 = inf_i + b = 70 + 5,714 \simeq 76$ anni

6. q_1 area residua $0,25 - 0,13 = 0,12$
base b $b = \frac{0,12 \cdot 10}{0,17} = 7,06$
$q_1 = 60 + 7,06 \simeq 67$ anni

q_3 area residua $0,75 - 0,65 = 0,10$
base b $b = \frac{0,10 \cdot 10}{0,20} = 5$
$q_3 = 80 + 5 = 85$ anni

$D = 85 - 67 = 18$

Esercizi non svolti in classe

ESERCITAZIONE 1 - PROBLEMI PROPOSTI

② 1. quantitativo continuo.

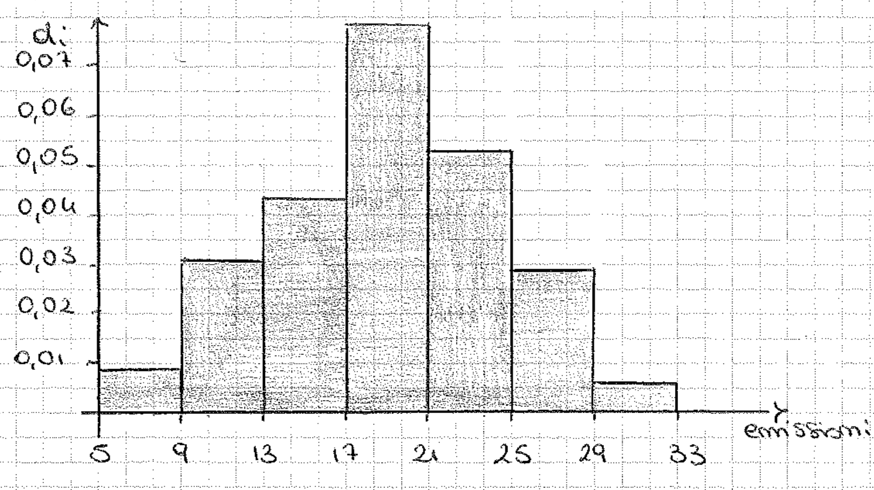
2. il campo di variazione o range dei dati vale
$R = 31,8 - 6,2 = 25,6$

3. quante classi? 7 ← non è vincolante!

c_i	inf_i	sup_i	n_i	f_i	F_i	d_i
1	5,0	9,0	3	0,0375	0,0375	0,0094
2	9,0	13,0	10	0,1250	0,1625	0,0312
3	13,0	17,0	14	0,1750	0,3375	0,0437
4	17,0	21,0	25	0,3125	0,65	0,0781
5	21,0	25,0	17	0,2125	0,8625	0,0531
6	25,0	29,0	9	0,1125	0,975	0,0281
7	29,0	33,0	2	0,0250	1	0,0062

4.

$$d_i = \frac{f_i}{sup_i - inf_i}$$



③ 1. qualitativo non-ordinabile.

2.

c_i	n_i	f_i
fluttuazioni termiche	6	0,125
instabilità	22	0,458
errore operatore	13	0,271
strumento	2	0,042
altro	5	0,104

④ 1. $\bar{m} = \dfrac{(3280 + 3320 + \ldots + 3540 + 3780)}{20} = 3241$ g

$M = 3255$

2. $\bar{m} = 3102$ g

$M = 3245$

(10) Per il primo strumento il coefficiente di variazione è

$CV_1 = \frac{0{,}015}{3{,}92} \cdot 100 = 0{,}38\%$

mentre per il secondo è

$CV_2 = \frac{0{,}008}{1{,}54} \cdot 100 = 0{,}52\%$

Il primo strumento è relativamente più preciso del secondo.

(11) $\bar{m} = \frac{1}{40}(9+16+15+20+30+42) = 3{,}3$

mediana: sarà pari alla semisomma del 20° e 21° valore (ricadono quindi nella classe relativa al punteggio 3)

$M = \frac{3+2}{2}$

moda: punteggio a cui corrisponde la maggior frequenza

$\tilde{x} = 1$

$\sigma^2 = \left(\sum_{i=1}^{M} f_i m_i^2\right) - \bar{m}^2$

$a_i(m_i)$	n_i	f_i	m_i^2	$f_i m_i^2$
1	9	0,225	1	0,225
2	8	0,2	4	0,8
3	5	0,125	9	1,125
4	5	0,125	16	2
5	6	0,15	25	3,75
6	7	0,175	36	6,3

$\sigma^2 = 0{,}225 + 0{,}8 + 1{,}125 + 2 + 3{,}75 + 6{,}3 - 10{,}89 = 1{,}31$

$\sigma = 1{,}14$

(12) 1. $\bar{m} = \frac{300+50+\ldots+150}{9} = 136{,}\bar{6}$

$\sigma^2 = \frac{50\,800{,}04}{9} = 5644{,}45$

$\sigma = 75{,}13$

$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{M} m_i (m_i - \bar{m})^2}{N}$

impresa	m_i	$(m_i - \bar{m})$	$(m_i - \bar{m})^2$
1	300	163,4	699,56
2	50	-86,6	7499,56
3	200	63,4	4019,56
4	50	-86,6	7499,56
5	150	13,4	179,56
6	80	-56,6	3203,56
7	150	13,4	179,56
8	100	-36,6	1339,56
9	150	13,4	179,56

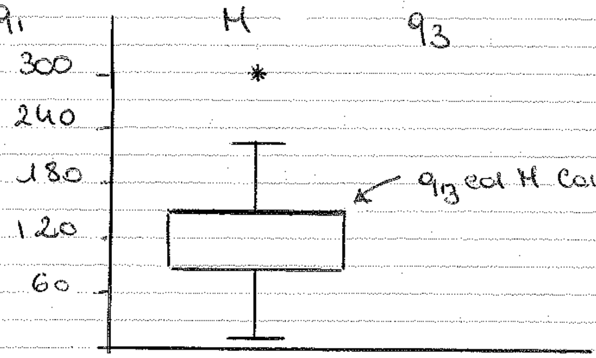
c_i	n_i
50	2
80	1
100	1
150	3
200	1
300	1

$\Rightarrow$ mediana $M = 150$

ordino:

50 50 80 100 150 150 150 200 300

$\uparrow$ q_1 $\uparrow$ M $\uparrow$ q_3



$k = 1$

$VAS = q_3 + k \cdot D =$

$= 150 + 1 \cdot (150 - 80) =$

$= 150 + 70 = 220$

$VAI = q_1 - k \cdot D = 80 - 70 = 10$

Solo 300 è outlier.

(13)

c_i	inf_i	sup_i	n_i	f_i	d_i	F_i	$f_i m_i^2$
1	30	34	37	0,13	0,0325	0,13	133,12
2	34	38	48	0,17	0,0425	0,3	220,32
3	38	42	20	0,07	0,0175	0,37	112
4	42	46	33	0,117	0,02925	0,487	226,512
5	46	50	33	0,117	0,02925	0,604	269,568
6	50	52	21	0,074	0,037	0,678	192,474
7	52	56	26	0,092	0,023	0,77	268,272
8	56	58	50	0,177	0,0885	0,947	575,073
9	58	65	15	0,053	0,0075	1	200,459

$q_2 = 46 + 4 \cdot \frac{0,5 - 0,487}{0,604} =$

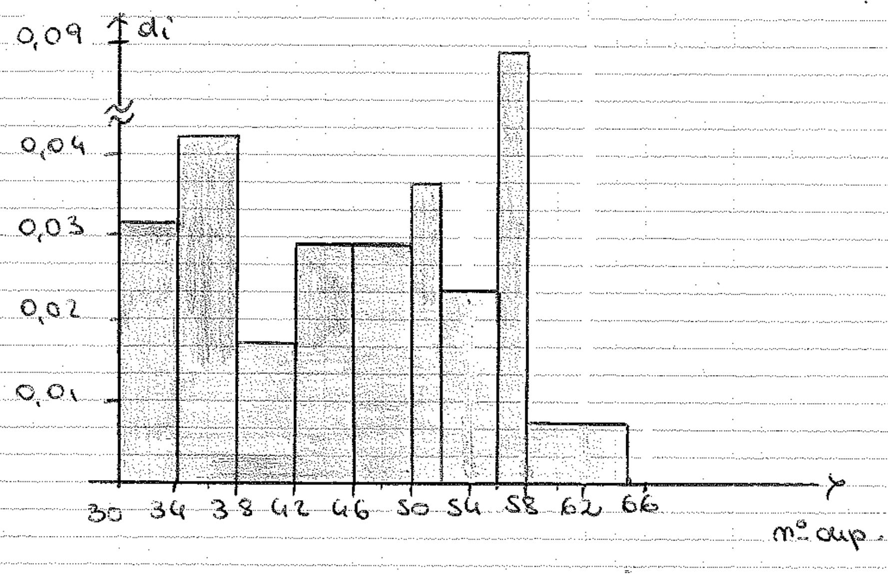
$= 46,09$

$q_1 = 34 + 4 \cdot \frac{0,25 - 0,13}{0,3} =$

$= 35,6$

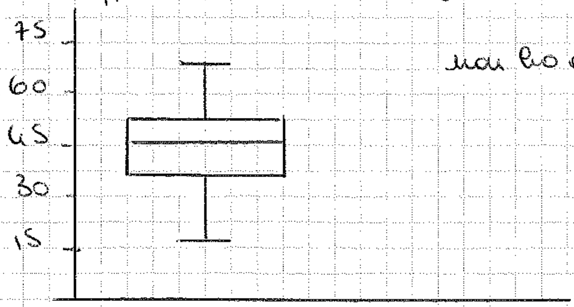
$q_3 = 52 + 4 \cdot \frac{0,75 - 0,678}{0,77} =$

$= 52,37$



$UAS = q_3 + k \cdot D = 52,37 + (52,37 - 35,6) = 69,14$

$UAI = q_1 - k \cdot D = 35,6 - (52,37 - 35,6) = 18,83$



non ho outliers.

$\sigma^2 = 2197,798 - 2108,6464 =$

$= 89,1516$

$\sigma = 9,44$

2. Uso l'indice di skewness di Pearson

$$\frac{\bar{m} - moda}{\sigma} = \frac{45,92 - 57}{9,44} = -1,17$$ (non è simmetrica)