1) Studiare, se $\exists$, $\lim_{x\to 0} f(x)$ e se f è continua in $x=0$ ove

a) $f(x)=\sqrt{x^5-x^4}=\sqrt{x^4(x-1)}$

b) $f(x)=\dfrac{1-\cos x}{\sin(x^2)}$

<u>Def</u> Sia $f: A\subset\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ e $x_0\in A$

se x_0 è un punto isolato di $A \Rightarrow f$ è continua in x_0;

se x_0 è di accumulazione per $A \Rightarrow f$ è continua in x_0 se

$\exists \lim_{x\to x_0} f(x)=f(x_0)$

a) Sia $f(x)=\sqrt{x^4(x-1)}$

$A=\{x\in\mathbb{R}: x\geq 1\}\cup\{0\}$

$x_0=0$ è un punto isolato di $A \Rightarrow \nexists \lim_{x\to 0} f(x)$ e f è continua in $x_0=0$

b) Sia $f(x)=\dfrac{1-\cos x}{\sin x^2}$

$A=\mathbb{R}\setminus\{\pm\sqrt{k\pi},\ k\in\mathbb{N}\}$

$x_0=0\notin A \Rightarrow f$ non è continua in $x_0=0$

$x_0=0$ è di accumulazione per A

$$\frac{1-\cos x}{\sin x^2}=\frac{1-\cos x}{x^2}\cdot\frac{x^2}{\sin x^2}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2}=\frac{1}{2} \qquad \lim_{x\to 0}\frac{x^2}{\sin x^2}=1$$

$\Rightarrow \lim_{x\to 0} f(x)=\dfrac{1}{2}$

per il teorema del limite del prodotto

EX1 file C