

1) $\sum_{i=1}^n i$ per ric. primitiva: $f(x) = \sum_{i=1}^x i$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^1 i = 1 \\ \sum_{i=1}^{n+1} i = (n+1) + \sum_{i=1}^n i \end{array} \right. \left| \begin{array}{l} f(1) = 1 \\ f(n+1) = (n+1) + f(n) \end{array} \right.$$

2) dimostrare per induzione

che

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$$

$i=1$

$$Q(0) \quad \& \quad \forall x \in \mathbb{N} \quad \left(\overset{Q(x)}{P(k+x)} \Rightarrow \overset{Q(x+1)}{P(k+x+1)} \right)$$

$$\Rightarrow \underbrace{\forall y \geq k \quad P(y)}_{\forall z \quad Q(z)}$$

$$\boxed{Q(x) = P(k+x)}$$

$$P(k) \equiv Q(0)$$

$$P(k) \quad \& \quad \forall x \geq k \quad \left(P(x) \Rightarrow P(x+1) \right)$$

$$\Rightarrow \forall y \geq k \quad P(y)$$

$$\rightarrow Q(0) \quad \& \quad \forall y \quad (Q(y) \Rightarrow Q(y+1)) \Rightarrow \forall z \quad Q(z)$$

$$\begin{aligned}
 & h : \mathbb{N} \times A \rightarrow A \quad k \in \mathbb{N} \\
 & \begin{cases} f(k) = c \\ f(n+k+1) = h(n+k+1, f(n+k)) \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} f(k) = c \\ \forall n \geq k \quad f(n+1) = h(n+1, f(n)) \end{cases}$$

$$f : \mathbb{N}^{\geq k} \rightarrow A$$

$$\mathbb{N}^{\geq k} = \{ i \mid i \in \mathbb{N} \text{ \& } i \geq k \}$$

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n \cdot (n+1)}{2} \Rightarrow P(n)$$

$$P(1) \& \forall x \geq 1 P(x) \Rightarrow P(x+1)$$

$$\Rightarrow \forall z \geq 1 P(z)$$

$$\sum_{i=1}^1 i = \frac{1 \cdot (1+1)}{2} = 1 \quad \forall$$

ASSUMIAMO CHE VALGA $P(x) \quad \{x \geq 1\}$
DOBBIAMO DIMOSTRARE CHE $P(x+1)$ È VERA

$$\sum_{i=1}^{x+1} i = (x+1) + \sum_{i=1}^x i = \text{PER IPOTESI INDUTTIVA}$$

$$= (x+1) + \frac{x \cdot (x+1)}{2} = \frac{2(x+1) + x \cdot (x+1)}{2} = \frac{(x+1) \cdot (x+2)}{2}$$

ABBIAMO DIMOSTRATO CHE $\sum_{i=1}^{x+1} i = \frac{(x+1) \cdot (x+1+1)}{2} \quad P(x+1)$

$$+ : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$$

$$\begin{cases} n+0 = n \\ n+(m+1) = (n+m)+1 \end{cases}$$

DIMOSTRARE CHE

$$\boxed{0+p=p} \quad Q(p)$$

↑
INDUZIONE SU p

$$- Q(0)$$

$$- \forall x (Q(x) \Rightarrow Q(x+1))$$

OVVERO

$$- 0+0=0$$

$$- \forall x (0+x=x \Rightarrow 0+(x+1)=x+1)$$

$$- 0+0=0$$

$$- \forall x (0+x=x \Rightarrow 0+\sigma(x) = \sigma(x))$$

$$0+0=0 \quad \text{per (a)}$$

Ipotesi Induttiva

$$\begin{cases} \text{a) } n+0=n \\ \text{b) } n+\sigma(m) = \sigma(n+m) \end{cases}$$

$$0+\sigma(x) \stackrel{\text{(b)}}{=} \sigma(\underbrace{0+x}_{\text{I.I.}}) = \sigma(x)$$

$$\forall z \quad 0+z=z$$

LEZIONE PER CASA

$$1) \quad \sigma(m) + n = \sigma(m+n)$$

$$2) \quad m + n = n + m$$

$$\begin{array}{r}
 111 \\
 1111 \\
 111 \\
 \hline
 10100
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 374\textcircled{+} \\
 82 \\
 \hline
 456
 \end{array}$$

$$n \oplus 0 = n$$

$$n \oplus (\sigma(m)) = \sigma(n \oplus m)$$

int S (int) ;

$S : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \Rightarrow$

$$\left\{ \begin{array}{l} S(0) = 0 \\ S(n+1) = (n+1) + S(n) \end{array} \right.$$

int S (int n) {

if (n == 0) return 0;

else return (n + S(n-1));

}

INSIEMI FINITI E INFINITI

• $I_0 = \emptyset$

$$I_1 = \{0\}$$

⋮

• $I_{n+1} = \{n\} \cup I_n = \{0, 1, \dots, n\}$

⋮

Un insieme A è DETTO FINITO

se $\exists n$ per cui A è in corrisp.

biunivoca con I_n

A e B sono
in corrisp. biunivoca
se $\exists f: A \rightarrow B$
biiettive

UN INSIEME A È

INFINITO SE NON È FINITO

TEOREMA

1) Se A FINITO È $B \subsetneq A$

ALLORA

A NON PUÒ ESSERE MESSO
IN CORRISP. BIVINCOLO CON B

2) TEOREMA

numeri naturali $\mathbb{N}$ sono INFINITI

PER ASSURDO $\exists k \mathbb{N} \simeq I_k$

$\exists f : \mathbb{N} \rightarrow I_k$ biett.

1) sono di più i $\mathbb{N}$ o i $\mathbb{R}$?
MAGG. $\mathbb{R}$ SI

2) sono di più i $\mathbb{Q}$ o i $\mathbb{R}$?
MAGG. $\mathbb{R}$ SI

3) sono di più i $\mathbb{N}$ o i $\mathbb{Q}$?
MAGG. i $\mathbb{Q}$ NO

4) sono di più i $\mathbb{N}$ o $\mathbb{Z}$?
MAGG. $\mathbb{Z}$ NO