

Compito A

Esercizio 1 Sia P il seguente problema di programmazione lineare:

$$\begin{cases} \min (-3x_1 - x_2) \\ 2x_1 + x_2 \geq 2 \\ 2x_1 - 6x_2 \leq 3 \\ x_1 + 2x_2 \leq 4 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

i) rappresentare e risolvere il problema geometricamente

ii) scrivere il problema in forma standard

iii) determinare tutte le soluzioni di base ammissibili e le corrispondenti matrici di base

| Soluzioni di base | Matrici di base |
|-------------------|-----------------|
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |

iv) dopo aver introdotto il problema ausiliario

determinare una prima soluzione di base ammissibile di P

| | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |

| | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |

La prima soluzione di base ammissibile è

v) risolvere il problema P con l'algoritmo del semplice

Passo 1

| | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |

Passo 2

| | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |

Passo 3

| | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |

Passo 4

| | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |

La soluzione ottima è

ed il valore ottimo è

vi) scrivere il duale di P

e risolverlo applicando il teorema degli scarti complementari

La soluzione ottima del duale è

vii) sostituire nel problema P il vincolo $2x_1 - 6x_2 \leq 3$ con $2x_1 - 6x_2 \leq b$. Determinare tutti i valori del parametro reale b per cui rimane ottima la base determinata al punto **v**).

Compito A

Esercizio 2 Dato il seguente problema di programmazione lineare intera:

$$\begin{cases} \min (-x_1 - 2x_2) \\ -2x_1 + 7x_2 \leq 28 \\ 2x_1 + x_2 \leq 10 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \\ (x_1, x_2) \in \mathbb{Z}^2 \end{cases}$$

determinare l'eventuale soluzione ottima utilizzando il metodo Branch and Bound (la risoluzione dei singoli problemi rilassati può essere effettuata in maniera grafica aiutandosi con il disegno).

La soluzione ottima è

ed il valore ottimo è

Compito A

Esercizio 3 Dopo aver determinato la soluzione ottima del problema rilassato associato al seguente problema di programmazione lineare intera:

$$\begin{cases} \min (-x_1 - 2x_2) \\ -2x_1 + 7x_2 \leq 28 \\ 2x_1 + x_2 \leq 10 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \\ (x_1, x_2) \in \mathbb{Z}^2 \end{cases}$$

individuare un taglio di Gomory ad essa associato

La tabella ottima è

| | | | | |
|--|--|--|--|--|
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |

Il vincolo esaminato è

Il taglio di Gomory è

Compito A

Esercizio 3bis (solo per i 5 CFU)

Effettuare un passo dell'algoritmo del simplesso duale applicato al problema ottenuto dal problema dato con l'aggiunta del taglio individuato

| | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |

| | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |