

# Diario del Corso di Analisi Matematica II

1. Martedì 1 ottobre 2013

Presentazione del corso.

Insieme di punti nel piano: retta, coniche canoniche (ellisse, iperbole, parabola). Esempi ed esercizi.

2. Mercoledì 2 ottobre 2013

Esercitazione in classe. Traslazione di coniche nel piano.

Insieme di punti nello spazio: piano, retta, quadriche non degeneri e degeneri (cono quadrico e cilindro quadrico).

Definizione di: equazione differenziale, soluzione, equazione in forma normale, equazione lineare, equazione omogenea.

3 Martedì 8 ottobre 2013

Definizione di: equazione differenziale di ordine  $n$ , integrale generale, integrale particolare.

Proprietà e grafico di una soluzione particolare dedotti dall'equazione differenziale. Calcolo di integrale generale di  $y'=y$ .

4. Mercoledì 9 ottobre 2013

Teorema dell' Integrale generale dell'equazione differenziale lineare di I ordine (con dimostrazione). Problema di Cauchy associato ad un'equazione differenziale lineare di ordine  $n$ . Teorema di esistenza ed unicità per equazioni differenziali lineari del I ordine. Esempi ed esercizi. Equazioni a variabili separabili. Esempi ed esercizi.

5. Martedì 22 ottobre 2013

Problema di Cauchy per equazioni a variabili separabili. Esercizi.

6. Mercoledì 23 ottobre 2013

Esercizi su equazioni differenziali non in forma normale. Classi di funzioni  $C^0(I)$ ,  $C^1(I)$ , ...,  $C^n(I)$ . Esercitazione in classe.

7. Martedì 29 ottobre 2013

Integrale generale di un'equazione differenziale lineare a coefficienti continui. Operatore  $L$ . Wronskiano. Teorema di caratterizzazione della lineare indipendenza delle soluzioni di un'equazione differenziale omogenea.

8. Mercoledì 30 ottobre 2013

Esempio di funzioni linearmente indipendenti con wronskiano nullo in un punto. Metodo di sovrapposizione. Equazioni omogenee a coefficienti costanti: polinomio caratteristico e soluzioni

linearmente indipendenti. Esempi di risoluzione di un'equazione differenziale omogenea. Equazioni non omogenee a coefficienti costanti: metodo di somiglianza.

9. martedì 5 novembre 2013

Risoluzione di equazioni differenziali non omogenee.

10. mercoledì 6 novembre 2013

Teorema di Cauchy per equazioni differenziali lineari di ordine  $n$ . Problemi al contorno. Esercizi di applicazione.

Serie numeriche: ridotta ennesima, serie convergente, serie positivamente/negativamente divergente, serie indeterminata. Esempi. Serie geometrica. Condizione necessaria di convergenza. Serie armonica. Esempi. Teorema carattere di una serie a termini positivi. Serie telescopica.

11. martedì 12 novembre 2013

Serie assolutamente convergente, convergenza assoluta implica convergenza semplice, criterio asintotico, serie armonica generalizzata, esercizi di applicazione, criterio del confronto, esercizi applicativi, serie a serie alterni, criterio di Leibniz.

12. mercoledì 13 novembre 2013

Criterio della radice, esercizi applicativi, criterio del rapporto, esercizi applicativi. Spazio euclideo reale  $n$ -dimensionale, esempi se  $n=1,2$ , base canonica, operazioni: addizione, moltiplicazione per scalare, prodotto scalare, norma euclidea e proprietà, distanza di due vettori, angolo tra due vettori, vettori ortogonali.

Rappresentazione parametrica regolare di classe  $C^1$ , esempi.

13. mercoledì 20 novembre 2013

Rappresentazioni parametriche regolari equivalenti, curva, punto iniziale e finale di una curva, curva chiusa, traccia di una curva, punto semplice e multiplo, curva opposta, esempi, spazio tangente, retta tangente, relazioni fra grafico di una funzione e traccia di una curva, lunghezza di una curva, proprietà, lunghezza del grafico di una funzione, lunghezza di un arco di curva espresso in coordinate polari, ripasso su seno e coseno iperbolico e su integrazione di funzioni irrazionali, calcolo della lunghezza della spirale di Archimede, curva regolare a tratti, ascissa curvilinea, integrale di prima specie, applicazioni fisiche: massa, baricentro, calcolo del baricentro di un arco supporto omogeneo di un elica circolare cilindrica.

14. martedì 26 novembre 2013

Esercizi su rappresentazioni parametriche regolari, regolari equivalenti e non equivalenti. Calcolo della lunghezza di un arco di spirale logaritmica e di asteroide. Calcolo del momento di inerzia di un anello omogeneo.

15. mercoledì 27 novembre 2013

Primo e secondo teorema di Guldino. Applicazione. Limiti di funzioni in più variabili. Intorno sferico, intorno sferico forato, punto interno, insieme aperto, insieme chiuso, punto di frontiera, punto di accumulazione.

16. martedì 3 dicembre 2013

Teorema di caratterizzazione di chiusi, teorema di caratterizzazione di una successione convergente, Limite finito al finito, teorema di permanenza del segno per campi scalari. Algebra dei limiti (somma, prodotto scalare, prodotto per scalare, quoziente), insieme limitato e non limitato. Limite finito all'infinito, verifica del limite. Limite infinito al finito, limite infinito all'infinito. Validità dei teoremi di unicità di limite, di limitatezza locale e di non limitatezza locale. Teorema di limite per sostituzione. Teorema di caratterizzazione limite per successioni.

17 mercoledì 4 dicembre 2013

Condizione necessaria dei limiti. Calcolo di limiti in due variabili. Calcolo di limiti in coordinate polari. Curve di livello. Limiti iterati.

18. martedì 10 dicembre 2013

Continuità in un punto isolato, in un punto di accumulazione, in un insieme. Algebra di limiti di funzioni continue. Teorema di caratterizzazione della continuità tramite successioni. Teorema di continuità delle funzioni composte. Insieme connesso, connesso per archi, connesso per poligoni, connesso per poligoni paralleli agli assi. Teorema dei valori intermedi (con dimostrazione), teorema di compattezza delle successioni limitate. Teorema di Weierstrass (con dimostrazione).

19. mercoledì 11 dicembre 2013

Teorema di Weierstrass generalizzato (con dimostrazione).

Derivata di un campo scalare rispetto ad un vettore, omogeneità, derivata direzionale rispetto ad un versore, derivata parziale. Relazione fra derivate parziali e continuità. Funzione differenziabile in un punto. Teorema del differenziale. Teorema del gradiente. Vettore gradiente. Esempi e controesempi sul teorema del gradiente. Piano tangente. Esercitazione in aula.

20. martedì 17 dicembre 2013

Vettore tangente ortogonale alle curve di livello. Esempi.

Teorema del valor medio. Segmento congiungente due punti. Condizione sufficiente per un campo scalare costante. Derivate successive. Teorema di Schwarz. Esempi e controesempi.

Condizione sufficiente di differenziabilità.

Teorema di Dini. Studio del grafico o del limite di una funzione reale di variabile reale usando Dini.

21. mercoledì 18 dicembre 2013

Teoremi di differenziabilità delle composte. Formula per le derivate successive. Formula di Taylor con resto di Lagrange. Formula di Taylor con resto di Peano. Piano tangente. Paraboloide tangente. Applicazioni.

Forma quadratica in  $n$  variabili. Matrice dei coefficienti. Forma quadratica definita positiva/negativa, semidefinita positiva/negativa, indefinita ed esempi. Teorema di caratterizzazione in termini di minori principali. Definizione di minore, minore principale, minore principale di guida. Esempi.

22 martedì 7 gennaio 2014

Ottimizzazione libera.

Punto di minimo/massimo locale e di minimo/massimo locale forte. Condizione necessaria di primo ordine. Punto critico. Condizione necessaria di II ordine, condizioni sufficienti di II ordine. Punto di sella. Esercizi di applicazione.

23 mercoledì 8 gennaio 2014

Ottimizzazione vincolata.

Massimi e minimi vincolati. Introduzione ed esempio. Funzione Lagrangiana. Funzione obiettivo e funzione vincolo. Teorema dei moltiplicatori di Lagrange. Significato geometrico delle condizioni di Lagrange. Teorema di caratterizzazione degli estremanti vincolati tramite la matrice hessiana orlata.

Insieme convesso. Relazione fra convessità e connessione per poligoni. Caratterizzazione insiemi convessi. Esempi. Funzione convessa e strettamente convessa. Proprietà di regolarità delle funzioni convesse: relazione fra convessità e continuità e differenziabilità. Condizioni necessarie e sufficienti di I ordine e di II ordine di convessità. Convessità e stretta convessità e condizione di minimo relativo. Funzione concava e strettamente concava. Esempi.

24 martedì 14 gennaio 2014

Integrali doppi.

Plurirettangolo. Esempi. Insieme misurabile nel piano ed area. Proprietà delle aree.

Caratterizzazione di un insieme misurabile attraverso il suo bordo. Area del grafico di una funzione reale di variabile reale. Diametro, partizione misurabile e norma. Definizione di funzione integrabile e integrale doppio. Proprietà (area, linearità dell'integrale doppio, monotonia dell'integrale doppio rispetto all'integranda e rispetto al dominio di integrazione, maggiorazione del modulo dell'integrale doppio). Teorema di integrabilità di funzioni continue tranne insiemi di area nulla, dominio normale rispetto all'asse  $x$  o rispetto all'asse  $y$ . Esempi. Formula di riduzione degli integrali doppi.

25. mercoledì 15 gennaio 2014.

Calcolo di integrali doppi. Cambiamento di variabili. Matrice Jacobiana.

Esempi. Momento di inerzia di una lamina. Baricentro di una lamina. Esempi.

26. martedì 21 gennaio 2014

Campo vettoriale che ammette primitive. Primitiva. Campo vettoriale chiuso. Campo conservativo. Campo irrotazionale. Condizione necessaria (non sufficiente) per avere primitive (con dimostrazione). Controesempio.

Insieme stellato. Esempi.

Condizioni sufficienti per avere primitive.

Insieme semplicemente connesso. Esempi. Teorema di Jordan. Caratterizzazione di un insieme semplicemente connesso se  $n=2$  e  $n=3$ .

Integrale curvilineo di seconda specie. Proprietà. Esempi.

27. mercoledì 22 gennaio 2014

Calcolo di integrale di II specie attraverso il potenziale. Caratterizzazione di un campo con primitive su un insieme connesso. Teorema di Gauss-Green. Teorema del rotore nel piano. Teorema della divergenza nel piano. Calcolo di un campo vettoriale su due curve chiuse la cui parte interna non è contenuta nel dominio del campo usando Gauss-Green. Metodi per calcolare i potenziali.

Esercizi di applicazione. Calcolo di aree di figure piane usando Gauss-Green. Applicazioni.