

PROBABILITA' E STATISTICA

Prova del 22/06/2018

Traccia A

ESERCIZIO 1

Sulla distribuzione di frequenze presentata in tabella, calcolare:

- la media aritmetica, la media armonica, la media geometrica e la media quadratica;
- la mediana e la moda;
- il primo e terzo quartile.

X	f	X*f	f/X	ln(X)	ln(X)*f	X ²	X ² *f
1	12	12	12,00	0,0000	0,0000	1	12
4	20	80	5,00	1,3863	27,7259	16	320
10	16	160	1,60	2,3026	36,8414	100	1600
12	52	624	4,33	2,4849	129,2151	144	7488
	100	876	22,93	6,1738	193,7824		9420

a) Calcolo della media aritmetica, armonica, geometrica e quadratica:

$$M(X) = \frac{\sum X * f}{\sum f} = \frac{876}{100} = 8,7600$$

$$Ma(X) = \frac{\sum f}{\sum f/x} = \frac{100}{22,9} = 4,3605$$

$$\ln(Mg(X)) = \frac{\sum \ln(X) * f}{\sum f} = \frac{193,7824}{100} = 1,9378 \quad Mg(X) = e^{1,9378} = 6,9436$$

$$M_2(X) = \sqrt{\frac{\sum X^2 * f}{\sum f}} = \sqrt{\frac{9420}{100}} = 9,7057$$

b) Calcolo della mediana e della moda:

$$X_{50^\circ} = \text{mediana} = X_{51^\circ} : me = 12$$

$$\text{moda} = 12$$

c) Calcolo del primo e terzo quartile:

$$Q_1 = X_{25^\circ} = 4$$

$$Q_3 = X_{75^\circ} = 12$$

ESERCIZIO 2

a) Calcolo della varianza:

$$V(X) = M(X^2) - m(X)^2 = 9420/100 - 8,76^2 = 17,4624$$

b) Calcolo dello scarto quadratico medio:

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = 4,1788$$

c) Calcolo della simmetria tramite l'indicatore Skewness di Pearson, commentandola brevemente:

$$sk = \frac{m - \text{moda}}{\sigma} = -0,7753 \quad \text{la distribuzione presenta una asimmetria negativa con coda a sinistra}$$

ESERCIZIO 3

Lo schema da utilizzare è quello della v.c. Geometrica con parametri:

$$p = 0,4 \quad q = 0,6$$

$$P(X) = p * q^x = 0,4 * 0,6^x$$

con $X = 0, 1, 2, \dots$

La distribuzione di probabilità quindi è la seguente:

X	P(X)	Media = $q/p = 1,5$
0	0,4000	
1	0,2400	
2	0,1440	Varianza = $q/p^2 = 3,75$
3 e oltre	0,2160	

N.B. La $P(X \geq 3)$ è stata calcolata come differenza fra 1 e la somma delle probabilità precedenti.

ESERCIZIO 4 - LAB

CALCOLO MEDIA, MEDIANA, PRIMO E TERZO QUARTILE, MINIMO E MASSIMO:

```
summary(stark)
```

CALCOLO IL NUMERO DI ELEMENTI DEL DATABASE:

```
length(stark)
```

CREO IL GRAFICO BOXPLOT:

```
boxplot(stark)
```

ESERCIZIO 5 - LAB

Uno studio condotto sull'efficacia di una dieta su 5 pazienti ha dato i seguenti risultati (pesi in kg):

PRIMA	65	63	71	68	89
--------------	----	----	----	----	----

DOPO	59	64	69	63	75
-------------	----	----	----	----	----

Verificare l'ipotesi per i dati appaiati al fine di verificare l'effetto dimagrante prima e dopo il trattamento ad un livello di significatività del 5%.

CREO I 2 VETTORI DEI DATI

```
PRIMA=c(65, 63, 71, 68, 89)
```

```
DOPO=c(59, 64, 69, 63, 75)
```

EFFETTUA IL TEST PER DATI APPAIATI

```
# H0: diff(PRIMA-DOPO) <= 0      H1: diff(PRIMA-DOPO) > 0
```

```
t.test(PRIMA, DOPO, alternative = 'greater', paired = TRUE, conf.level=0.95)
```

PROBABILITA' E STATISTICA

Prova del 22/06/2018

Traccia B

ESERCIZIO 1

Sulla distribuzione di frequenze presentata in tabella, calcolare:

- la media aritmetica, la media armonica, la media geometrica e la media quadratica;
- la mediana e la moda;
- il primo e terzo quartile.

X	f	X*f	f/X	ln(X)	ln(X)*f	X ²	X ² *f
1	10	10	10,00	0,0000	0,0000	1	10
3	8	24	2,67	1,0986	8,7889	9	72
9	18	162	2,00	2,1972	39,5500	81	1458
11	44	484	4,00	2,3979	105,5074	121	5324
	80	680	18,67	5,6937	153,8463		6864

a) Calcolo della media aritmetica, armonica, geometrica e quadratica:

$$M(X) = \frac{\sum X * f}{\sum f} = \frac{680}{80} = 8,5000$$

$$Ma(X) = \frac{\sum f}{\sum f/x} = \frac{80}{18,7} = 4,2857$$

$$\ln(Mg(X)) = \frac{\sum \ln(X) * f}{\sum f} = \frac{153,8463}{80} = 1,9231 \quad Mg(X) = e^{1,9231} = 6,8420$$

$$M_2(X) = \sqrt{\frac{\sum X^2 * f}{\sum f}} = \sqrt{\frac{6864}{80}} = 9,2628$$

b) Calcolo della mediana e della moda:

$$X_{40} \leq \text{mediana} \leq X_{41} : \text{me} = 11$$

$$\text{moda} = 11$$

c) Calcolo del primo e terzo quartile:

$$Q_1 = X_{20} = 9$$

$$Q_3 = X_{60} = 11$$

ESERCIZIO 2

a) Calcolo della varianza:

$$V(X) = M(X^2) - m(X)^2 = 6864/80 - 8,5^2 = 13,5500$$

b) Calcolo dello scarto quadratico medio:

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = 3,6810$$

c) Calcolo della simmetria tramite l'indicatore Skewness di Pearson, commentandola brevemente:

$$sk = \frac{m - \text{moda}}{\sigma} = -0,6792 \quad \text{la distribuzione presenta una asimmetria negativa con coda a sinistra}$$

ESERCIZIO 3

Lo schema da utilizzare è quello della v.c. Geometrica con parametri:

$$p = 0,3 \quad q = 0,7$$

$$P(X) = p * q^x = 0,3 * 0,7^x$$

con $X = 0, 1, 2, \dots$

La distribuzione di probabilità quindi è la seguente:

X	P(X)	Media = $q/p = 2,3333$
0	0,3000	
1	0,2100	
2	0,1470	Varianza = $q/p^2 = 7,7778$
3 e oltre	0,3430	

N.B. La $P(X \geq 3)$ è stata calcolata come differenza fra 1 e la somma delle probabilità precedenti.

ESERCIZIO 4 - LAB

CALCOLO MEDIA, MEDIANA, PRIMO E TERZO QUARTILE, MINIMO E MASSIMO:

```
summary(lannister)
```

CALCOLO IL NUMERO DI ELEMENTI DEL DATABASE:

```
length(lannister)
```

CREO IL GRAFICO BOXPLOT:

```
boxplot(lannister)
```

ESERCIZIO 5 - LAB

Uno studio condotto sull'efficacia di una dieta su 5 pazienti ha dato i seguenti risultati (pesi in kg):

PRIMA	58	62	63	77	88
--------------	----	----	----	----	----

DOPO	56	61	59	78	80
-------------	----	----	----	----	----

Verificare l'ipotesi per i dati appaiati al fine di verificare l'effetto dimagrante prima e dopo il trattamento ad un livello di significatività dell'1%.

CREO I 2 VETTORI DEI DATI

```
PRIMA=c(58, 62, 63, 77, 88)
```

```
DOPO=c(56, 61, 59, 78, 80)
```

EFFETTUA IL TEST PER DATI APPAIATI

```
# H0: diff(PRIMA-DOPO) <= 0      H1: diff(PRIMA-DOPO) > 0
```

```
t.test(PRIMA, DOPO, alternative = 'greater', paired = TRUE, conf.level=0.99)
```

PROBABILITA' E STATISTICA

Prova del 22/06/2018

Traccia C

ESERCIZIO 1

Sulla distribuzione di frequenze presentata in tabella, calcolare:

- la media aritmetica, la media armonica, la media geometrica e la media quadratica;
- la mediana e la moda;
- il primo e terzo quartile.

X	f	X*f	f/X	ln(X)	ln(X)*f	X ²	X ² *f
1	30	30	30,00	0,0000	0,0000	1	30
2	60	120	30,00	0,6931	41,5888	4	240
7	75	525	10,71	1,9459	145,9433	49	3675
10	35	350	3,50	2,3026	80,5905	100	3500
	200	1025	74,21	4,9416	268,1226		7445

a) Calcolo della media aritmetica, armonica, geometrica e quadratica:

$$M(X) = \frac{\sum X * f}{\sum f} = \frac{1025}{200} = 5,1250$$

$$Ma(X) = \frac{\sum f}{\sum f/x} = \frac{200}{74,2} = 2,6949$$

$$\ln(Mg(X)) = \frac{\sum \ln(X) * f}{\sum f} = \frac{268,1226}{200} = 1,3406 \quad Mg(X) = e^{1,2433} = 3,8214$$

$$M_2(X) = \sqrt{\frac{\sum X^2 * f}{\sum f}} = \sqrt{\frac{7445}{200}} = 6,1012$$

b) Calcolo della mediana e della moda:

$$X_{100^\circ} = \leq \text{mediana} = \leq X_{101^\circ} : me = 7$$

$$\text{moda} = 7$$

c) Calcolo del primo e terzo quartile:

$$Q_1 = X_{50^\circ} = 2$$

$$Q_3 = X_{150^\circ} = 7$$

ESERCIZIO 2

a) Calcolo della varianza:

$$V(X) = M(X^2) - m(X)^2 = 7445/200 - 5,125^2 = 10,9594$$

b) Calcolo dello scarto quadratico medio:

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = 3,3105$$

c) Calcolo della simmetria tramite l'indicatore Skewness di Pearson, commentandola brevemente:

$$sk = \frac{m - \text{moda}}{\sigma} = -0,5664 \quad \text{la distribuzione presenta una asimmetria negativa con coda a sinistra}$$

ESERCIZIO 3

Lo schema da utilizzare è quello della v.c. Geometrica con parametri:

$$p = 0,6 \quad q = 0,4$$

$$P(X) = p * q^x = 0,6 * 0,4^x$$

con $X = 0, 1, 2, \dots$

La distribuzione di probabilità quindi è la seguente:

X	P(X)	Media = $q/p = 0,6667$
0	0,6000	
1	0,2400	
2	0,0960	Varianza = $q/p^2 = 1,1111$
3 e oltre	0,0640	

N.B. La $P(X \geq 3)$ è stata calcolata come differenza fra 1 e la somma delle probabilità precedenti.

ESERCIZIO 4 - LAB

CALCOLO MEDIA, MEDIANA, PRIMO E TERZO QUARTILE, MINIMO E MASSIMO:

```
summary(baratheon)
```

CALCOLO IL NUMERO DI ELEMENTI DEL DATABASE:

```
length(baratheon)
```

CREO IL GRAFICO BOXPLOT:

```
boxplot(baratheon)
```

ESERCIZIO 5 - LAB

Uno studio condotto sull'efficacia di una dieta su 5 pazienti ha dato i seguenti risultati (pesi in kg):

PRIMA	66	71	62	72	65
--------------	----	----	----	----	----

DOPO	55	67	59	78	65
-------------	----	----	----	----	----

Verificare l'ipotesi per i dati appaiati al fine di verificare l'effetto dimagrante prima e dopo il trattamento ad un livello di significatività del 5%.

CREO I 2 VETTORI DEI DATI

```
PRIMA=c(66, 71, 62, 72, 65)
```

```
DOPO=c(55, 67, 59, 78, 65)
```

EFFETTUA IL TEST PER DATI APPAIATI

```
# H0: diff(PRIMA-DOPO) <= 0      H1: diff(PRIMA-DOPO) > 0
```

```
t.test(PRIMA, DOPO, alternative = 'greater', paired = TRUE, conf.level=0.95)
```

PROBABILITA' E STATISTICA

Prova del 22/06/2018

Traccia D

ESERCIZIO 1

Sulla distribuzione di frequenze presentata in tabella, calcolare:

- la media aritmetica, la media armonica, la media geometrica e la media quadratica;
- la mediana e la moda;
- il primo e terzo quartile.

X	f	X*f	f/X	ln(X)	ln(X)*f	X ²	X ² *f
1	30	30	30,00	0,0000	0,0000	1	30
5	30	150	6,00	1,6094	48,2831	25	750
10	80	800	8,00	2,3026	184,2068	100	8000
12	20	240	1,67	2,4849	49,6981	144	2880
	160	1220	45,67	6,3969	282,1881		11660

a) *Calcolo della media aritmetica, armonica, geometrica e quadratica:*

$$M(X) = \frac{\sum X * f}{\sum f} = \frac{1220}{160} = 7,6250$$

$$Ma(X) = \frac{\sum f}{\sum f/x} = \frac{160}{45,7} = 3,5036$$

$$\ln(Mg(X)) = \frac{\sum \ln(X) * f}{\sum f} = \frac{282,1881}{160} = 1,7637 \quad Mg(X) = e^{1,7637} = 5,8338$$

$$M_2(X) = \sqrt{\frac{\sum X^2 * f}{\sum f}} = \sqrt{\frac{11660}{160}} = 8,5367$$

b) *Calcolo della mediana e della moda:*

$$X_{90} \leq \text{mediana} \leq X_{91} : \text{me} = 10$$

$$\text{moda} = 10$$

c) *Calcolo del primo e terzo quartile:*

$$Q_1 = X_{40} = 5$$

$$Q_3 = X_{120} = 10$$

ESERCIZIO 2

a) *Calcolo della varianza:*

$$V(X) = M(X^2) - m(X)^2 = 11660/160 - 7,625^2 = 14,7344$$

b) *Calcolo dello scarto quadratico medio:*

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = 3,8385$$

c) *Calcolo della simmetria tramite l'indicatore Skewness di Pearson, commentandola brevemente:*

$$sk = \frac{m - \text{moda}}{\sigma} = -0,6187 \quad \text{la distribuzione presenta una asimmetria negativa con coda a sinistra}$$

ESERCIZIO 3

Lo schema da utilizzare è quello della v.c. Geometrica con parametri:

$$p = 0,8 \quad q = 0,2$$

$$P(X) = p * q^x = 0,8 * 0,2^x$$

con $X = 0, 1, 2, \dots$

La distribuzione di probabilità quindi è la seguente:

X	P(X)	Media = $q/p = 0,25$
0	0,8000	
1	0,1600	
2	0,0320	Varianza = $q/p^2 = 0,3125$
3 e oltre	0,0080	

N.B. La $P(X \geq 3)$ è stata calcolata come differenza fra 1 e la somma delle probabilità precedenti.

ESERCIZIO 4 - LAB

CALCOLO MEDIA, MEDIANA, PRIMO E TERZO QUARTILE, MINIMO E MASSIMO:

```
summary(targaryen)
```

CALCOLO IL NUMERO DI ELEMENTI DEL DATABASE:

```
length(targaryen)
```

CREO IL GRAFICO BOXPLOT:

```
boxplot(targaryen)
```

ESERCIZIO 5 - LAB

Uno studio condotto sull'efficacia di una dieta su 5 pazienti ha dato i seguenti risultati (pesi in kg):

PRIMA	66	68	59	55	64
--------------	----	----	----	----	----

DOPO	62	60	60	52	61
-------------	----	----	----	----	----

Verificare l'ipotesi per i dati appaiati al fine di verificare l'effetto dimagrante prima e dopo il trattamento ad un livello di significatività dell'1%.

CREO I 2 VETTORI DEI DATI

```
PRIMA=c(66, 68, 59, 55, 64)
```

```
DOPO=c(62, 60, 60, 52, 61)
```

EFFETTUA IL TEST PER DATI APPAIATI

```
# H0: diff(PRIMA-DOPO) <= 0      H1: diff(PRIMA-DOPO) > 0
```

```
t.test(PRIMA, DOPO, alternative = 'greater', paired = TRUE, conf.level=0.99)
```