Foglio di Esercizi 8

Consegna giovedì 28 novembre 2013 ore 11:30

Esercizio 1 (Punti 2+2+2+2)**.** Nello spazio affine reale $\mathbb{A}^3$ in cui sia fissato un riferimento cartesiano.

1. Si determini il piano π passante per i punti $P_0 : (-1, 0, 1)$, $P_! : (1, -1, 0)$ e $P_2 : (0, -1, 0)$.
2. Si determini il simmetrico del punto $C : (-1, -2, 1)$ rispetto al piano π, nella direzione individuata da $\vec{w} = [1 \quad 0 \quad -1]^T$.
3. Si determini la retta s passante per i punti $A : (2, -1, 1)$ e $B : (-1, -2, 1)$.
4. Si determini la proiezione della retta s sul piano π nella direzione di $\vec{w}$.

Esercizio 2 (Punti 6)**.** Dire se la matrice

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

è la matrice unificata di una trasformazione affine e in tal caso determinare l'immagine del triangolo di vertici $A(-1, -1)$, $B(1, 0)$ e $C(0, -1)$. Tale trasformazione è un'omotetia? In caso affermativo determinarne il centro.

Esercizio 3 (Punti 10)**.** Nel piano affine reale $\mathbb{A}^2$ in cui sia fissato un riferimento cartesiano,

1. si determini la trasformazione affine $f_{(A,\vec{b})}$ tale che

$$A = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \longmapsto A' = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix} \longmapsto B' = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ -2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \longmapsto C' = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

2. effettuare un disegno accurato della trasformazione;
3. determinare in modo diverso la trasformazione $f_{(A,\vec{b})}$ come composizione di trasformazioni note;
4. detto C'' il simmetrico di C' rispetto alla retta r passante per A' e B' nella direzione perpendicolare a r, si determini l'area del quadrilatero $A'C'B'C''$.

Esercizio 4 (Punti 2+2+2+2)**.** Nel piano affine reale $\mathbb{A}^2$, in cui sia fissato un sistema di riferimento cartesiano,

1. si scriva l'equazione della circonferenza $\mathcal{C}$ di centro $C : (0, 2)$ e passante per l'origine.
2. La trasformazione

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}.$$

   è un'affinità? È un'omotetia?
3. sSi determini l'immagine $\mathcal{C}'$ di $\mathcal{C}$ tramite l'affinità T. Di che curva si tratta?
4. Calcolare l'area sottesa da $\mathcal{C}'$.

Le risposte vanno adeguatamente giustificate