Programma del corso di Biofisica:

1. Vettori
2. Ottica →elettromagnetismo
3. Ottica lineare
4. Microscopia ottica
5. Livelli energetici (cenni)
6. Laser, fibre ottiche
7. Microscopia di Fluorescenza
8. SEM
9. TEM
10. AFM, SNOM
11. Livelli Energetici (maggiore approfondimento)
12. Momento della quantità di moto e momento angolare→Momento Magnetico
13. Cenni di Meccanica quantistica
14. Assorbimento
15. Fluorescenza
16. FRET
17. Raman
18. Dicroismo
19. Raggi X
20. NMR
21. Spettrometria di Massa
22. Voltage clamp patch clamp, optical tweezers
23. Radioattività

Testi :

- Biophysical Chemistry, Part II: Techniques for the study of biological structure and function **Cantor and Schimmel**
  W.H Freeman and Company.

- Principles of Physical Biochemistry **Kensal E. Van Holde, W. Curtis Johnson, P.Shing Ho.**
  Pearson-Prentice Hall

- Biofisica e tecnologie biomediche, **Nicolini-Rigo**
  Zanichelli

- Chimica-Fisica Biologica 2. **P.Atkins- J. De Paula**
  Zanichelli

- Fisica Biomedica **D.G. Mita-L. Feroci**
  Piccin

- Testi on line:
  Bloomfeld "Biophysics textbook on line":
  http://www.biophysics.org/education/resources.htm

Vettore

- Modulo (o intensità)
- Direzione
- Verso

(In fisica: punto di applicazione)

Legge di composizione che gode della proprietà associativa

$$(a + b) + c = a + (b + c) = a + b + c$$

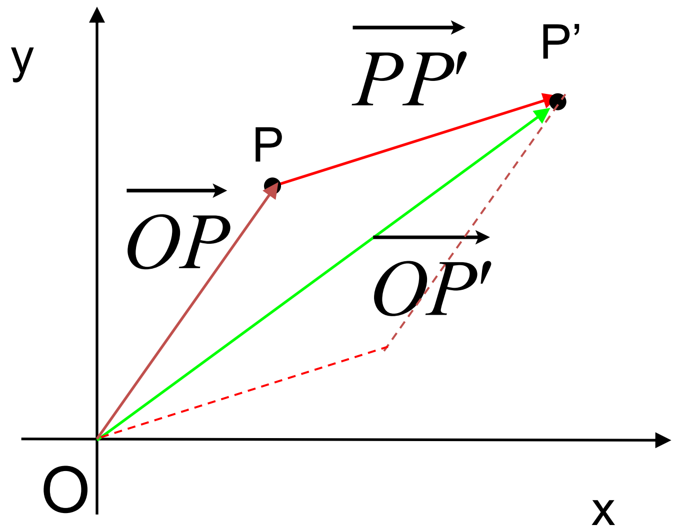
Rappresentazione iconografica

formale

di un vettore
con una freccia

<u>direzione</u>: la retta su cui giace la freccia
<u>verso</u> quello individuato dalla punta della freccia
<u>intensità</u>: la lunghezza della freccia

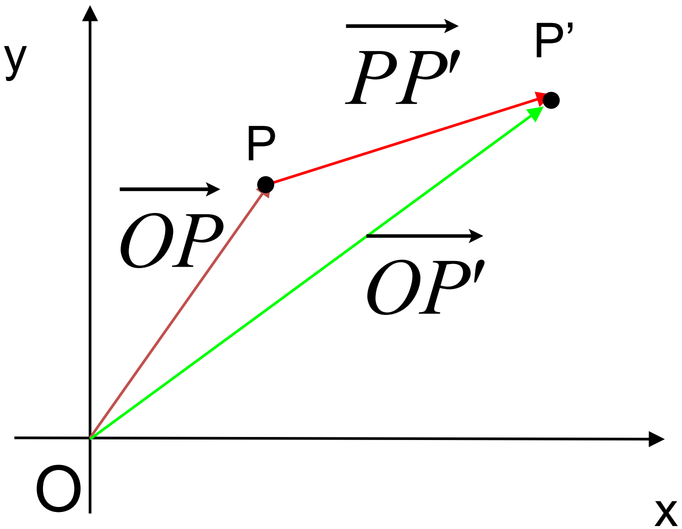
Somma vettoriale

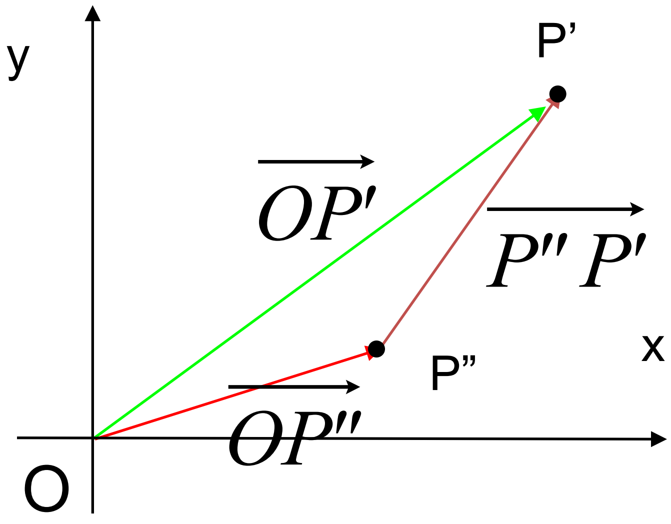


$$\overrightarrow{OP'} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PP'}$$

Se si costruisce il parallelogramma che ha per lati i segmenti che individuano i due vettori OP e PP' e i segmenti a loro paralleli, OP' corrisponde alla diagonale di tale parallelogramma con origine nel punto di applicazione del primo vettore e estremo libero nel punto corrispondente all'estremo libero del secondo vettore.

Proprietà commutativa della somma vettoriale



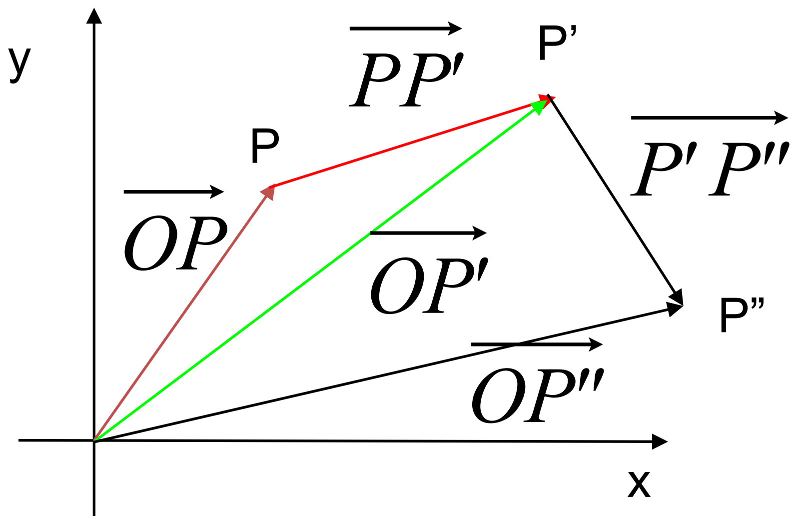


$$\overrightarrow{OP'} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PP'}$$

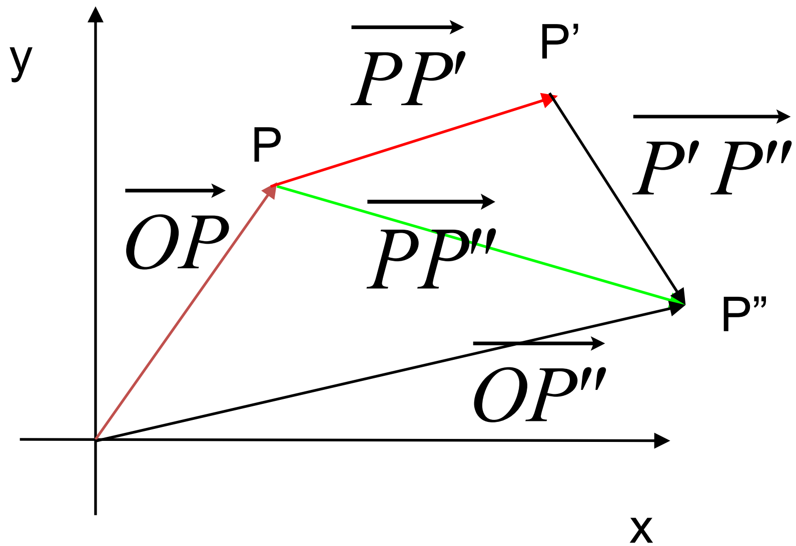
$$\overrightarrow{OP'} = \overrightarrow{OP''} + \overrightarrow{P''P'}$$

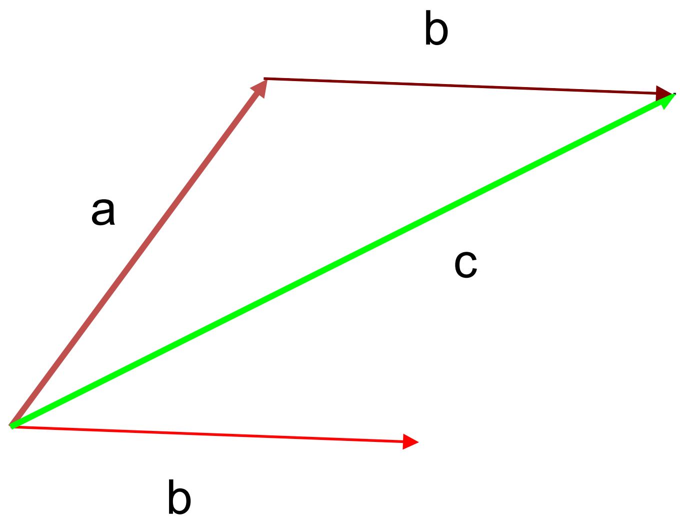
Proprietà associativa della somma vettoriale

$$\overrightarrow{OP''} = \left(\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PP'}\right) + \overrightarrow{P'P''}$$

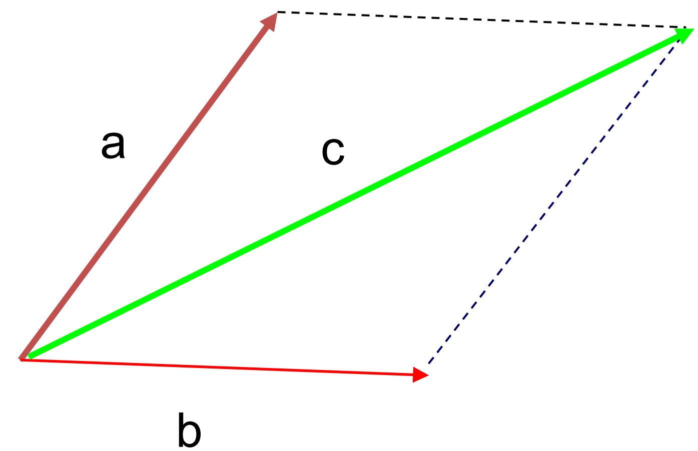


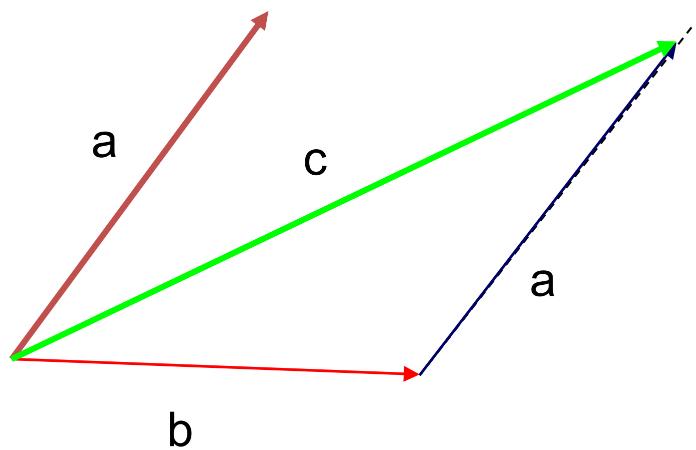
$$\overrightarrow{OP''} = \left(\overrightarrow{PP'} + \overrightarrow{P'P''}\right) + \overrightarrow{OP'}$$





c = a + b

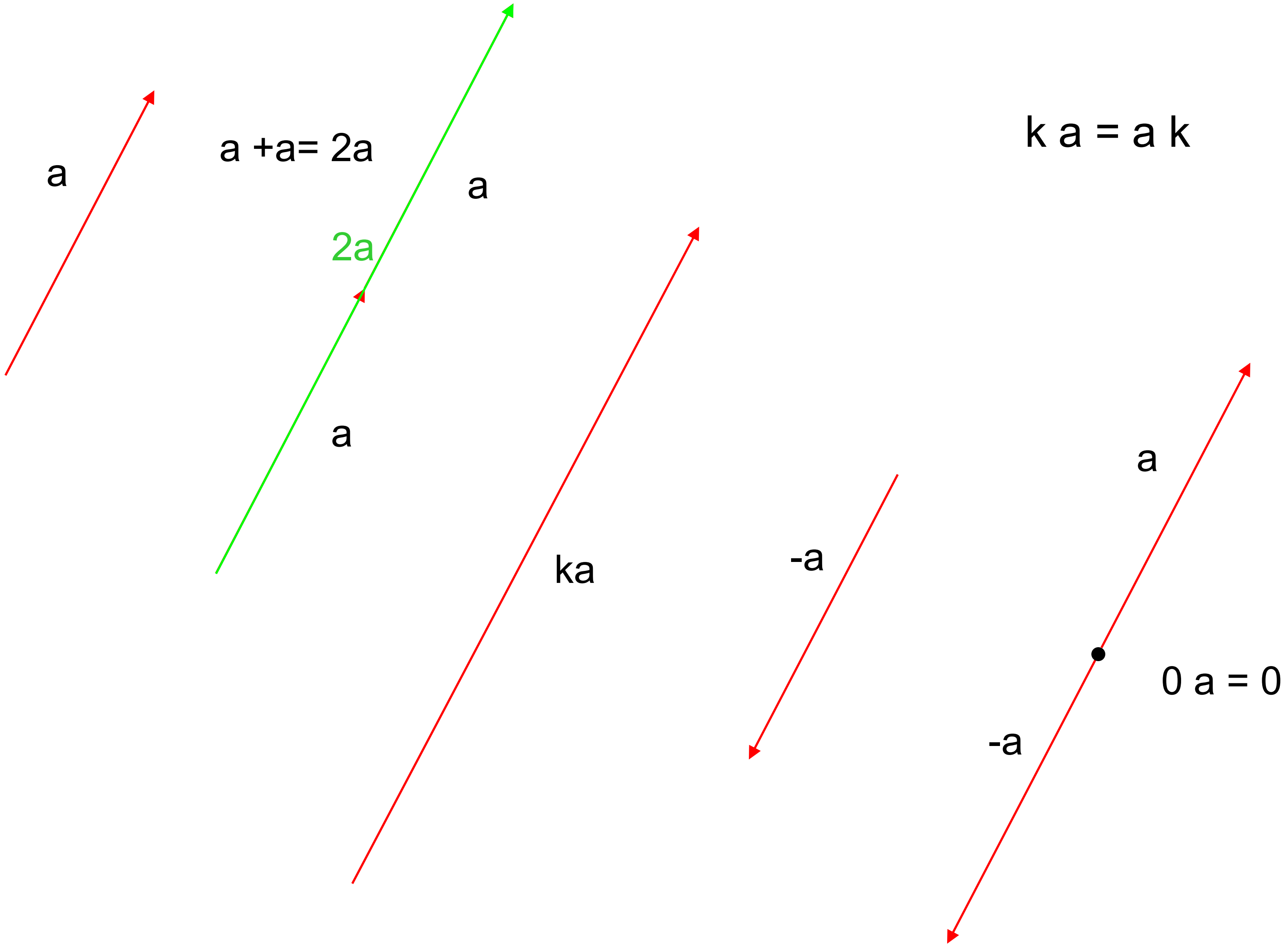




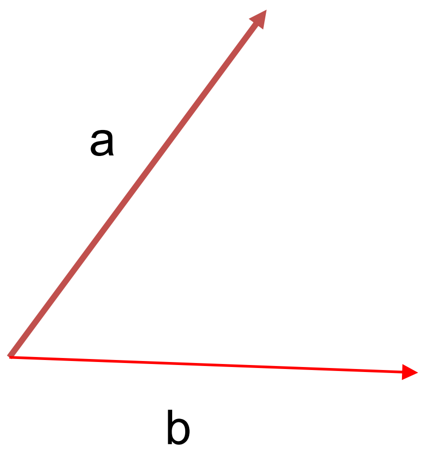
c = b +a

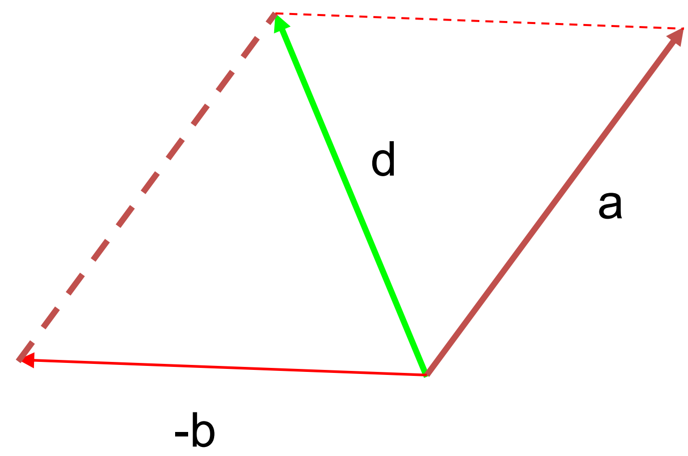
Regola del parallelogramma

Prodotto di un numero per un vettore



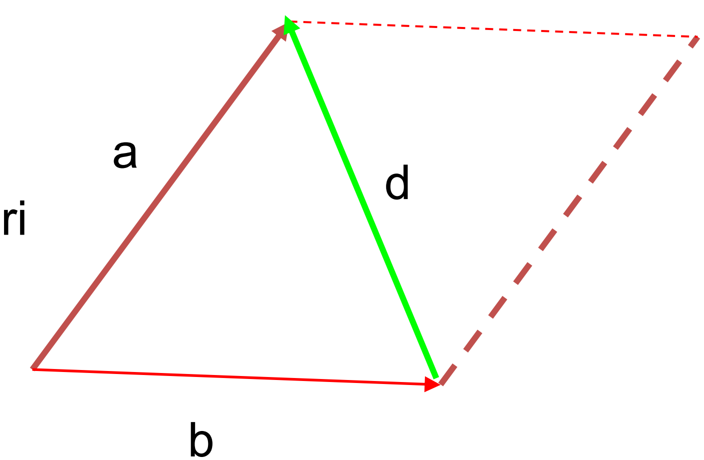
Differenza di due vettori





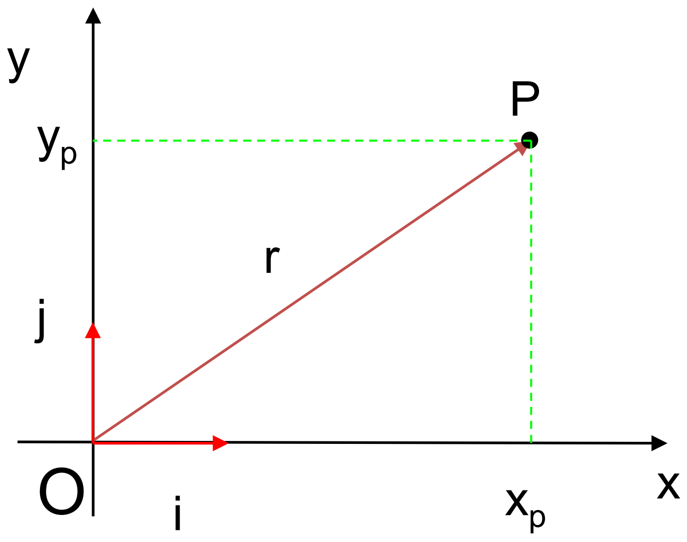
Differenza di due vettori:

Costruito il parallelogramma che ha per lati i vettori stessi, la diagonale che unisce gli estremi liberi corrisponde alla differenza dei vettori

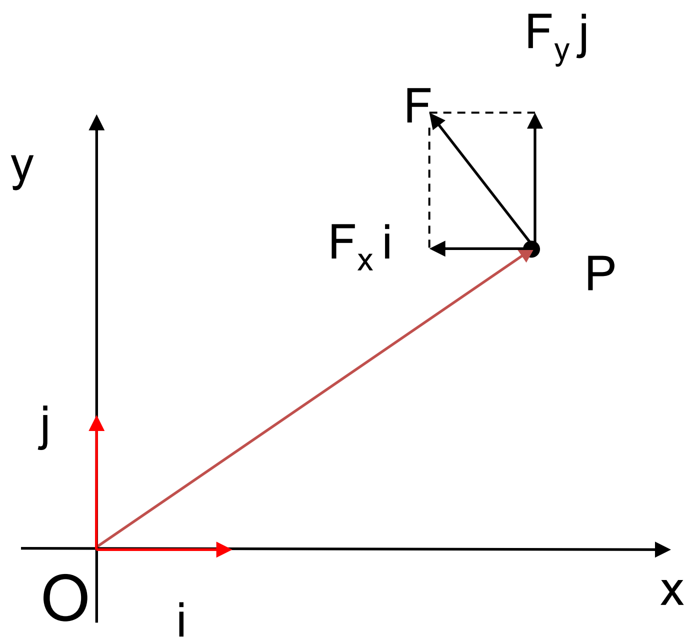


$$d = a - b = a + (-b)$$

Scomposizione di vettori

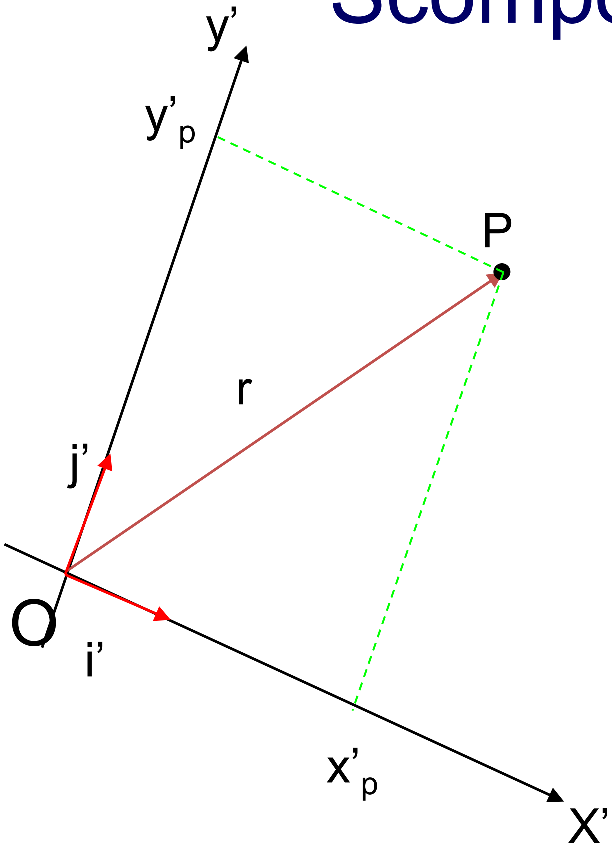


$$r = \overrightarrow{OP} = x_p\ i + y_p\ j$$

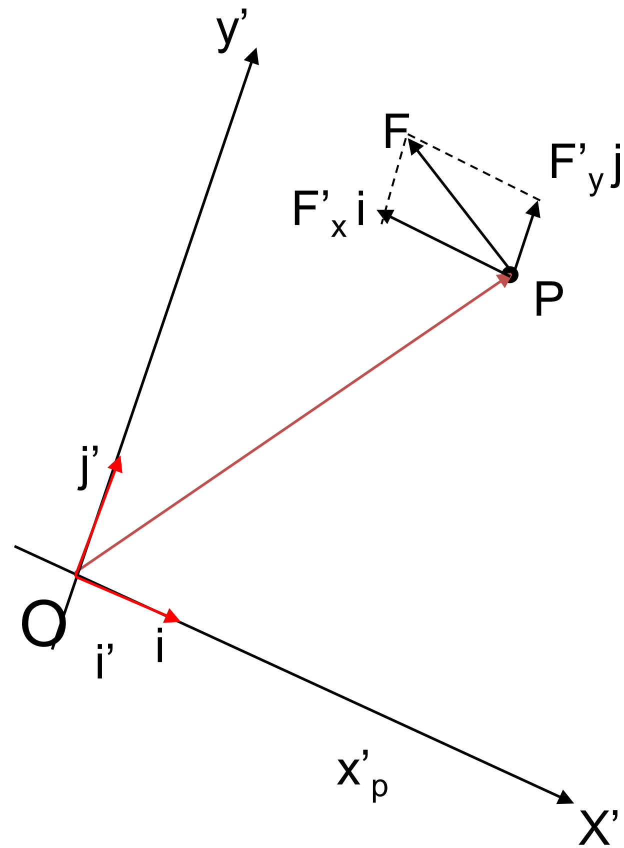


$$F = F_x\ i + F_y\ j$$

Scomposizione di vettori



$$r = \overrightarrow{OP} = x'_p\, i + y'_p\, j$$



$$F = F'_x\, i + F'_y\, j$$

- Modulo (o intensità)
- Direzione
- Verso

(In fisica: punto di applicazione)

Ente invariante per trasformazioni di coordinate (rototraslazioni)

le cui componenti si trasformano nello stesso modo delle coordinate

Legge di composizione associativa

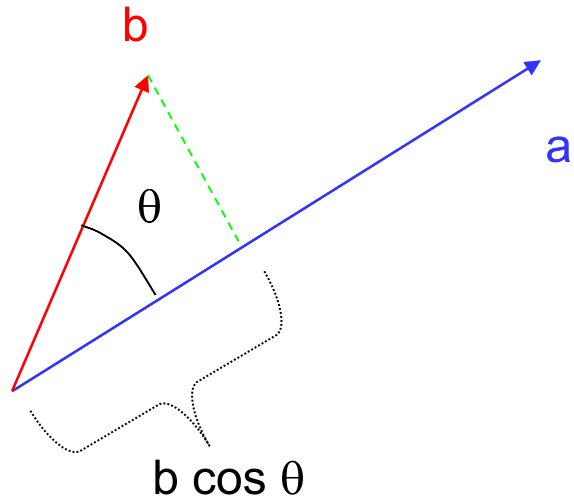
$$(a + b) + c = a + (b + c) = a + b + c$$

Scalare

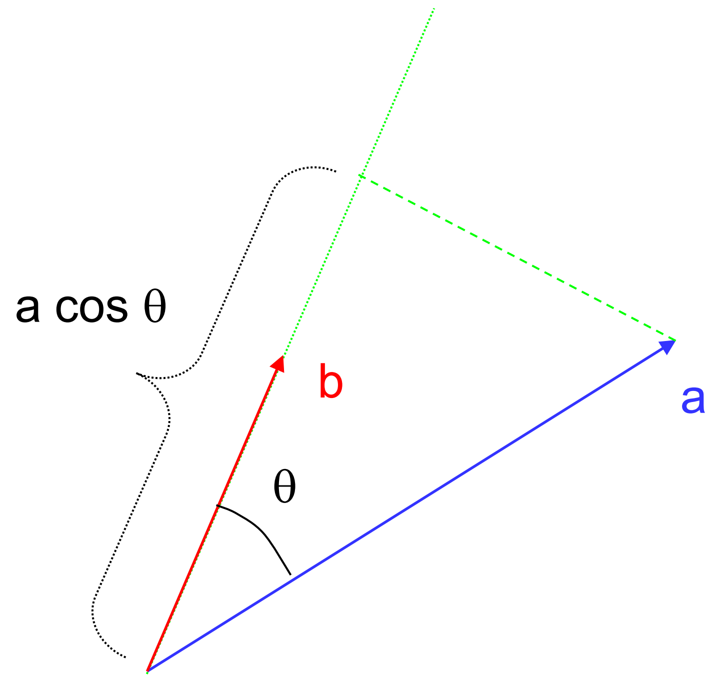
Ente invariante per trasformazioni di coordiante

Le componenti di un vettore non sono degli scalari!

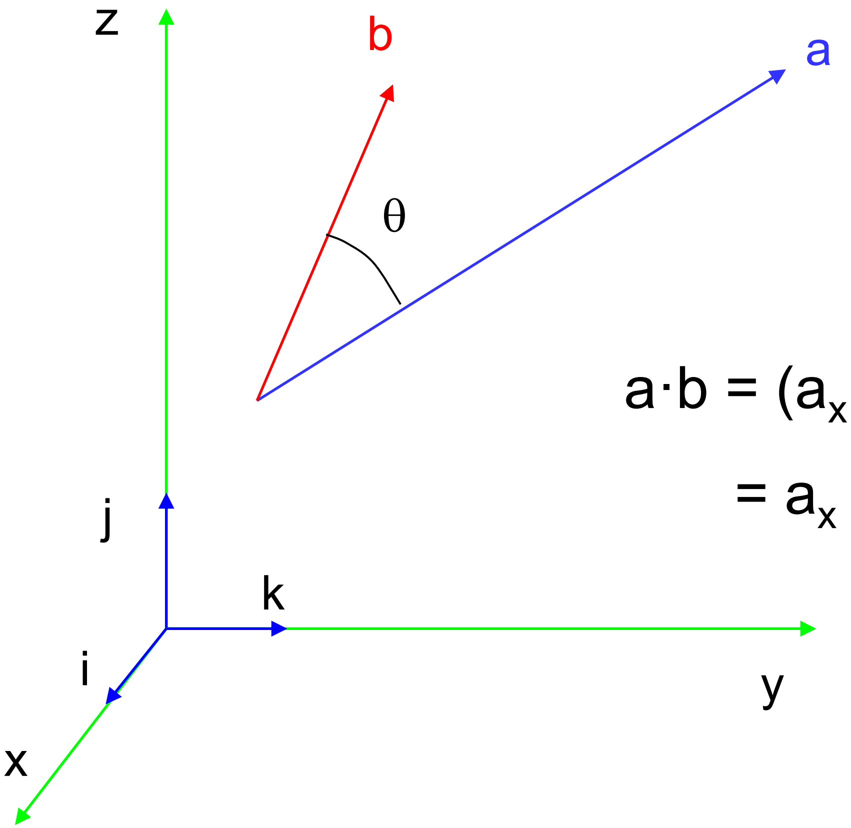
Prodotto scalare



$$\mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = ab \cos\theta$$



Prodotto scalare



$$a \cdot b = ab \cos \theta$$

$$a \cdot b = (a_x\, I + a_y\, j + a_z\, k) \cdot (b_x\, I + b_y\, j + b_z\, k) =$$

$$= a_x\, b_x + a_y\, b_y + a_z\, b_z$$

Si moltiplica termine a termine e si tiene conto che:

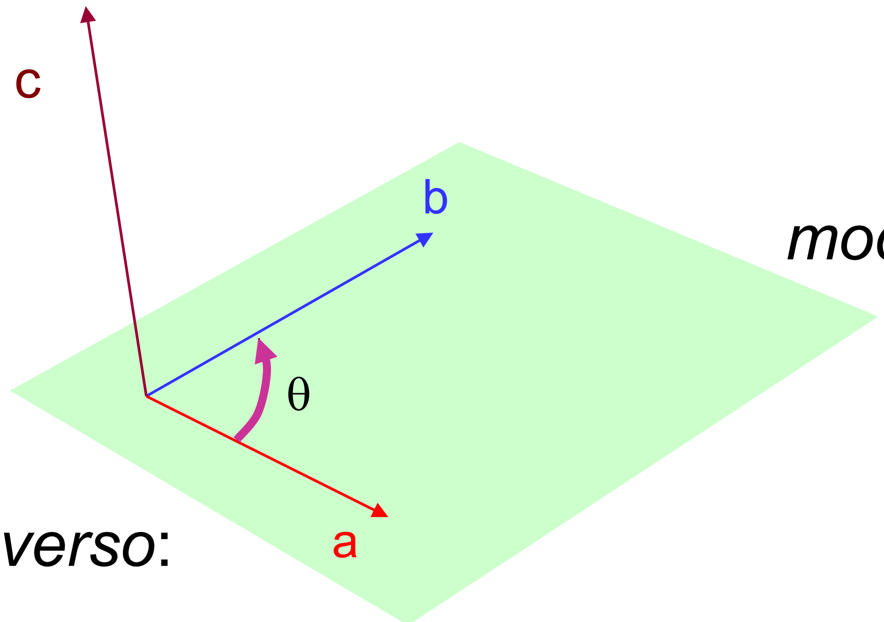
$i \cdot i = 1$ $\quad$ $j \cdot j = 1$ $\quad$ $k \cdot k = 1$

(versori ossia vettori di modulo 1)

$i \cdot j = j \cdot i = 0$ $\quad$ $j \cdot k = k \cdot j = 0$ $\quad$ $i \cdot k = k \cdot i = 0$

(vettori ortogonali)

Prodotto vettoriale



$\mathbf{c} = \mathbf{a} \wedge \mathbf{b}$

modulo: $c = ab\,\mathrm{sen}\theta'$

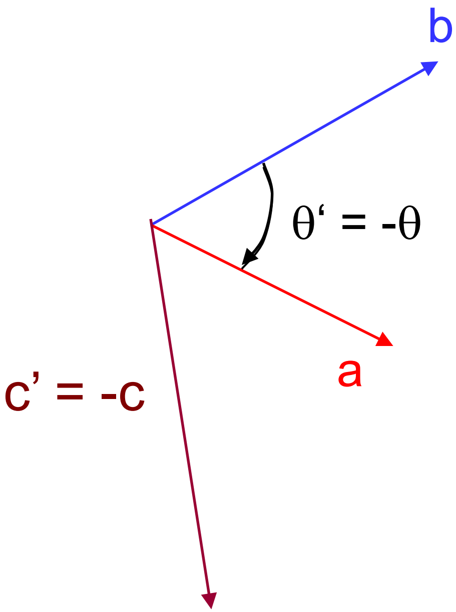
direzione: $\perp$ al piano a, b

verso:

-Regola mano destra: si avvolgono le dita della mano destra riportando il primo vettore (a) sul secondo vettore (b).

- Regola della vite destrorsa o del cavatappi: si orienta la vite perpendicolarmente al piano individuato dai due vettori. Si ruota la vite nel verso che corrisponde alla rotazione del primo vettore verso il secondo. Il verso di avanzamento della vite indica il verso del prodotto vettoriale (c).

Prodotto vettoriale



$c = b \wedge a$

modulo: $c = ab\, \mathrm{sen}\theta'$

direzione: $\perp$ al piano a, b

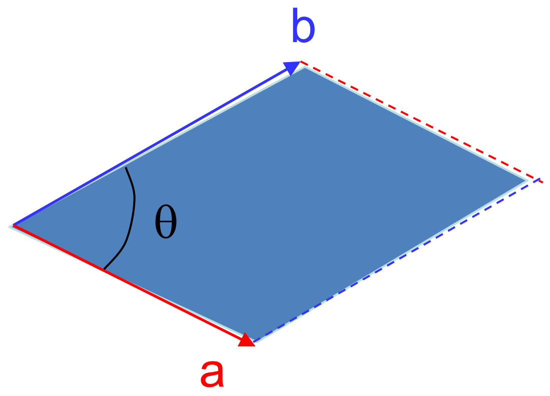
verso:

-Opposto a quello di $a \wedge b$:

$$a \wedge b = - b \wedge a$$

-È un prodotto <u>non-commutativo</u>

Prodotto vettoriale



$c = a \wedge b$

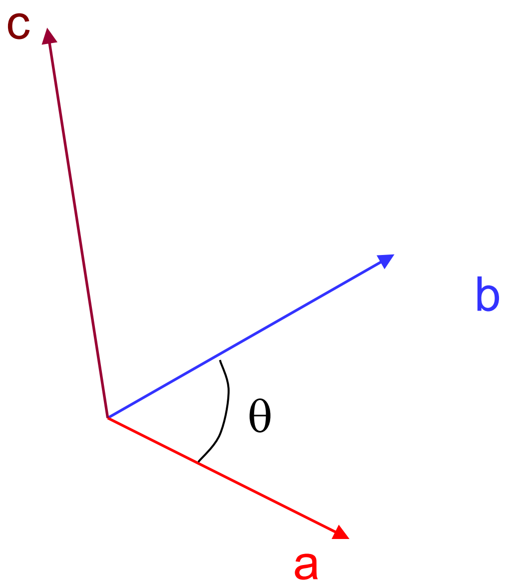
modulo: $c = ab\, \mathrm{sen}\theta$

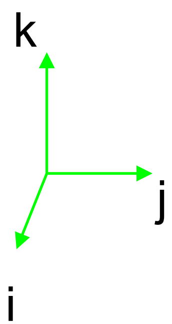
Interpretazione geometrica:

$c = ab\, \mathrm{sen}\theta$

Area del parallelogramma di lati a e b

Prodotto vettoriale





$$\mathbf{c} = \mathbf{a} \wedge \mathbf{b}$$

$$c = c_x i + c_y i + c_z i$$

$$c_x = a_y b_z - a_z b_y \qquad c_y = a_z b_x - a_x b_z \qquad c_z = a_x b_y - a_y b_x$$

- si esprimono a e b in componenti;
- si sviluppano i prodotti termine a termine;
- si tiene conto dei seguenti prodotti

$$i \wedge j = - j \wedge i = k \qquad j \wedge k = - k \wedge j = i \qquad k \wedge i = - i \wedge k = j$$

$$i \wedge i = 0 \qquad j \wedge j = 0 \qquad k \wedge k = 0$$

Le 4 forze

- Tutti (o quasi …) i **fenomeni naturali** si **spiegano** grazie all'azione di **4 forze** fondamentali :
  - La **forza gravitazionale** è comune a tutta la materia : **tutti** i corpi materiali si **attraggono** reciprocamente
  - La **forza elettromagnetica** è prodotta dalle **cariche elettriche** : essa è sia **attrattiva** che **repulsiva**
  - La **forza nucleare debole** agisce all'interno dei **nuclei atomici** : essa è responsabile della **radioattività**
  - La **forza nucleare forte** agisce all'**interno** dei **nuclei** atomici : essa tiene assieme **protoni** e **neutroni**

- Alcuni **nuovi fenomeni** sfuggono ancora alla comprensione :
  - **Materia oscura**
  - **Energia oscura**
  - **Espansione dell'universo** con **velocità crescente**
  - **Energia del vuoto**
- Oggi si sta cercando di **unificare** le 4 forze in una **sola** forza
- La **forza elettromagnetica** e la **forza nucleare debole** costituiscono la **forza elettrodebole**
- Il **problema** non ancora risolto è l'unificazione della **gravità** con le altre
- Uno degli attuali **tentativi** di unificazione è la cosiddetta **teoria delle stringhe**

- Forse, a causa di queste difficoltà, dovremo riscrivere la fisica dalle fondamenta

Campi di azione ed applicazioni tecnologiche delle 4 forze

forza gravitazionale	• formazione delle **stelle** • sistemi **planetari** • struttura in grande scala dell'**universo** • **big bang** • **buchi neri**
forza elettromagnetica	• **campi** e **onde elettromagnetiche** (**radio**, **tv**, **telefoni**, **computers** ecc.) • **proprietà chimiche** della materia • **vita**
forza nucleare debole	• decadimenti **radioattivi** (isotopi radioattivi in **medicina**, **datazione** dei **fossili**)
forza nucleare forte	• **nuclei atomici** • **fissione nucleare incontrollata** (**bomba atomica**) • **fissione nucleare controllata (reattore nucleare**) • **fusione nucleare incontrollata (bomba H**) • **fusione controllata** (**speranza dell'umanità ...**) • emissione di **energia** dalle **stelle**

La forza gravitazionale

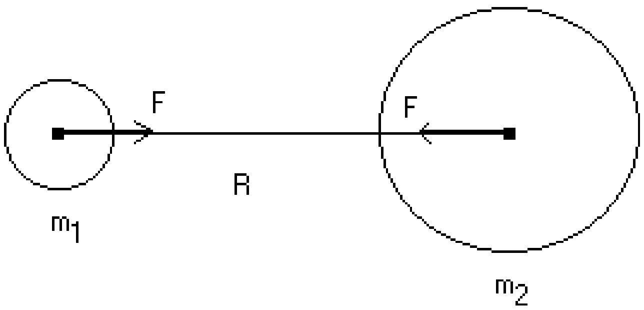
- Tutta la **materia** che costituisce l'universo ha la proprietà di **attrarsi**
- La **terra** ci **attira** a sé (forza **peso**) ma **ogni corpo attira ogni altro**
- La forza gravitazionale è **molto debole** (**la più debole** delle 4 forze) per cui non mi accorgo che per esempio le mie mani sia attirano
- La **luna ruota** attorno alla **terra** perché da essa attirata gravitazionalmente ma la **luna attira** a sé la **terra** (**maree**)
- La **terra ruota** attorno **al sole** ed il **sole** attorno al **centro** della nostra **galassia** (la **via lattea**)
- La stessa cosa per ogni **stella**, **galassia**, **ammasso galattico**, **superammasso galattico** ecc.
- La **forza gravitazionale** tiene **assieme** l'**universo** e ne determina la **struttura su larga scala** (**cosmologia**)

- Si hanno **tre teorie** che descrivono la forza di gravità :
  - La **teoria della gravitazione universale** di **Newton** (1670)
  - La **teoria della relatività generale** di **Einstein** (1916)
  - La **teoria della gravitazione quantistica** (nell'ambito della **teoria delle stringhe**, "**in costruzione**" ed ancora **priva di verifiche sperimentali**)

La teoria della gravitazione universale di Newton

- Due **corpi qualunque** si **attraggono** con una **forza direttamente proporzionale alle masse** ed **inversamente proporzionale al quadrato della distanza**

- Per **esempio**, due corpi di massa pari ad un chilogrammo posti alla distanza di un metro si attraggono con una forza pari a 0,0000000000667 newton dove il newton è l'unità di misura delle forze e corrisponde a circa il peso di un etto



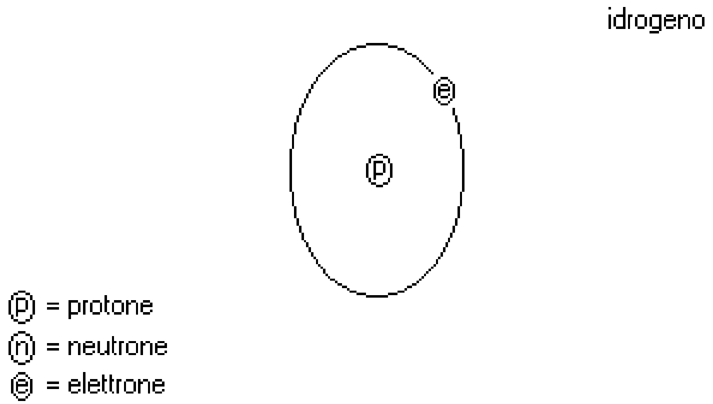
$$F = G\frac{m_1 m_2}{R^2}$$

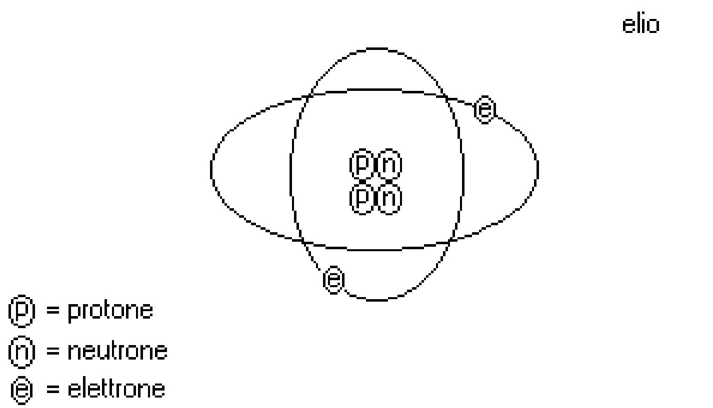
$$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\, Nm^2 / kg^2$$

$$G = 0{,}0000000000667$$

La forza elettromagnetica

- La **forza elettromagnetica** è prodotta dalle **cariche elettriche**
- Le **cariche** elettriche **positive** sono trasportate dai **protoni**
- Le **cariche** elettriche **negative** sono trasportate dagli **elettroni**
- I protoni, assieme ai **neutroni** elettricamente neutri, sono contenuti nei **nuclei atomici**
- Protoni e neutroni sono detti **nucleoni**
- Gli **elettroni**, 2000 volte più **leggeri** dei nucleoni, **ruotano** attorno ai **nuclei**
- Un **atomo elettricamente neutro** ha uno **stesso numero** di **protoni** ed **elettroni**
- Per esempio, un atomo di **idrogeno** ha **un protone** ed **un elettrone**, un atomo di **elio** ha **due protoni**, **due neutroni** e **due elettroni**

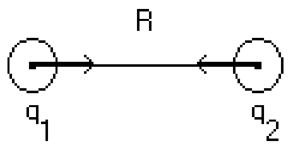




La forza elettrica e la forza magnetica

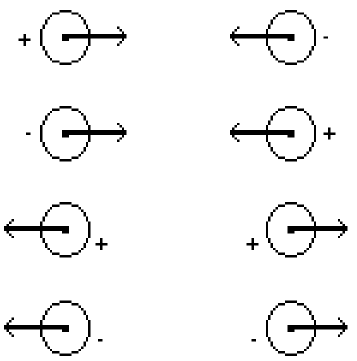
- La **forza elettrica** che si instaura fra **due cariche** elettriche è **direttamente proporzionale alle cariche** ed **inversamente proporzionale al quadrato della distanza** (legge di **Coulomb**) (si noti la sorprendente **somiglianza** con la **formula gravitazionale** di **Newton**)
- La costante ε_0 è detta **costante dielettrica del vuoto**
- Cariche di **segno opposto** si **attraggono**, cariche di **segno uguale** si **respingono**

- La **forza magnetica** è prodotta dalle **cariche elettriche in movimento**
- **Non esiste** la **carica magnetica** !!!



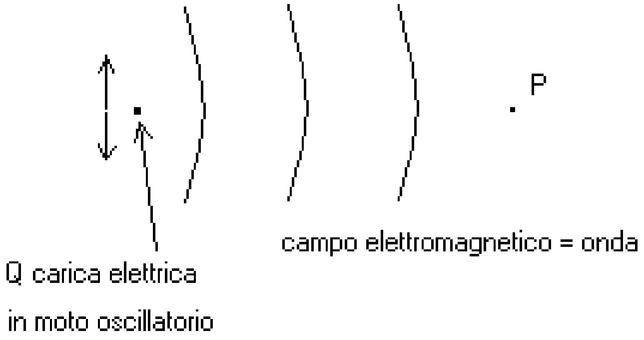
$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{R^2}$$

$$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12} C^2 / Nm^2$$



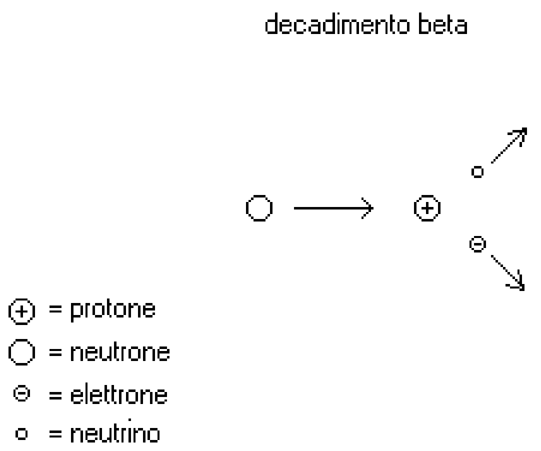
Le onde elettromagnetiche

- Una **carica elettrica** in **moto accelerato** (per esempio **oscillatorio**) produce un campo di **onde elettromagnetiche**
- **Radio**, **tv**, **radiotelefoni** funzionano a causa di questo fenomeno
- Le **onde elettromagnetiche** sono le **onde radio dalle onde lunghe alle microonde**, **raggi infrarossi**, **luce dal rosso al violetto**, **raggi ultravioletti**, **raggi X**, **raggi gamma** (per **frequenza crescente**)
- La **frequenza** si misura in **hertz** (Hz)
- 1 Hz = una oscillazione al secondo
- 1 kHz ("chilohertz") = mille oscillazioni al secondo
- 1 MHz ("megahertz") = un milione di oscillazioni al secondo
- 1 GHz ("gigahertz") = un miliardo di oscillazioni al secondo



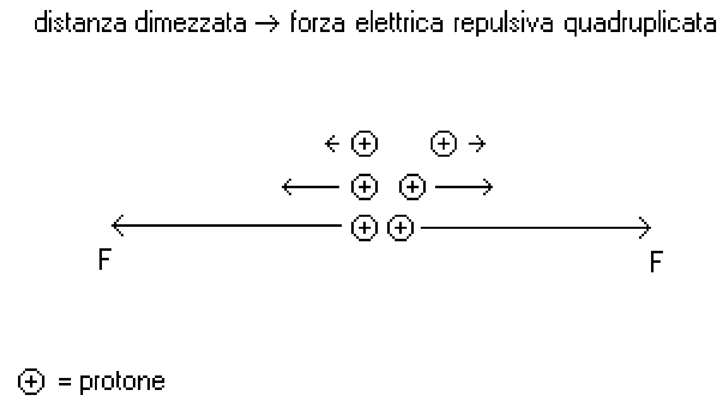
La forza nucleare debole

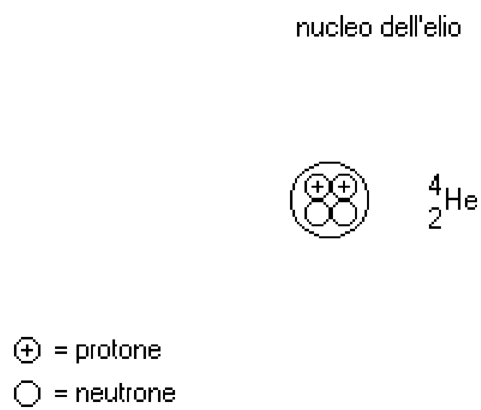
- Il **nucleo** atomico è generalmente **stabile** ma si può avere la **radioattività naturale** (o **artificiale**)
- Un **neutrone** del nucleo può **decadere** in un **protone**, un **neutrone** ed un **neutrino**.
- Es. $^{60}_{27}Co \rightarrow ^{60}_{28}Ni$
- La **formula** del **decadimento beta** è n → p + e + ν (la lettera greca ν "ni" indica appunto il neutrino)
- Gli **elettroni** prodotti **fuoriescono** dal nucleo a **grande velocità** e costituiscono i cosiddetti **raggi beta**
- La **forza** che interviene nel **decadimento beta** è la **forza nucleare debole**
- Applicazioni in **medicina** per curare il **cancro**
- **Datazione dei fossili** con il **carbonio 14**
- La **forza elettromagnetica** e la **forza nucleare debole** costituiscono una **unica forza** : la **forza elettrodebole**



La forza nucleare forte

- I **protoni** sono elettricamente carichi **positivamente**
- I protoni, dentro un **nucleo atomico**, sono a **distanze molto piccole**
- I protoni, a causa della **forza elettrica repulsiva** (inversamente proporzionale al quadrato della distanza) molto **grande**, **non** potrebbero stare **vicini**
- La **forza nucleare forte vince** la forte **repulsione elettrica** fra i protoni e permette la **formazione** dei **nuclei atomici**
- La forza nucleare forte **agisce** a **cortissimo raggio**
- La forza nucleare forte è quindi **molto intensa** e, se liberata, sprigiona **energie enormi**
- **Fusione atomica incontrollata** e **controllata**
- **Fissione atomica incontrollata** e **controllata**





Dinamica

Isaac Newton (1643 - 1727) pubblicò i Principia Mathematica in 1687. In questo trattato egli propose le tre leggi del moto:

Legge 1: Un oggetto non soggetto a forze esterne permane nel suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme

Legge 2: Per ogni oggetto, $\boldsymbol{F}_{NET} = \Sigma \boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$

Legge 3: Le forze si esplicano in coppia : $\boldsymbol{F}_{A,B} = -\boldsymbol{F}_{B,A}$

(Ad ogni azione corrisponde una reazione di uguale intensità, ma di verso contrario.)

LA PRIMA LEGGE DI NEWTON

Un oggetto non sottoposto all’azione di forze esterne permane nel suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme se osservato da un sistema di riferimento inerziale.

Se non agisce alcuna forza non c’è accelerazione.

Le seguenti affermazioni possono essere presi come una definizione di sistema di riferimento inerziale (IRF).

Un IRF è un sistema di rifermento che non è soggetto ad accelerazione (o rotazione) rispetto alle stelle fisse .

Se esiste un IRF, ne esistono infiniti altri che sono legati fra loro da un vettore velocità costante!

Sistema di riferimento inerziale

Un **Sistema di riferimento** è il luogo dove si effettua la misura

E' dove si pongono gli assi (x,y,z)!

Un sistema di riferimento inerziale (IRF) non è un sistema accelerato

In questo corso verranno considerati solo sistemi di riferimento inerziale.

IRF validi possono muoversi uno rispetto all'altro con velocità fissate

LA SECONDA LEGGE DI NEWTON

Per ogni oggetto, $\boldsymbol{F}_{NET} = \Sigma\, \boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$.

L'accelerazione ***a*** di un oggetto è proporzionale alla forza netta $\boldsymbol{F}_{NET}$ che agisce su di esso.

La costante di proporzionalità è chiamata "massa" indicata con m

La massa di un oggetto è un costante ed è una proprietà intrinseca del corpo, ed è indipendente da influenze esterne.

La forza ha unità di $[M]x[L / T^2] = kg\ m/s^2 = N$ (Newton)

Qualche considerazione sulla massa

L'esperienza quotidiana ci dice che una data forza produrrà accelerazioni di intensità diversa in corpi diversi di massa diversa.

Ma che cosa è esattamente la massa?

Se applichiamo la stessa forza (1N) a oggetti diversi di masse diverse vedremo che gli oggetti meno massicci ricevono un'accelerazione maggiore di quelli più massicci.

Qualche considerazione sulla massa……

Supponiamo di avere un corpo di massa incognita e il campione della massa di 1Kg; applichiamo ad entrambi una forza di 1N , misuriamo le loro accelerazioni e vedremo che varrà la relazione

$$m_x/m=a/a_x$$

Da cui: $m= ma/a_x$

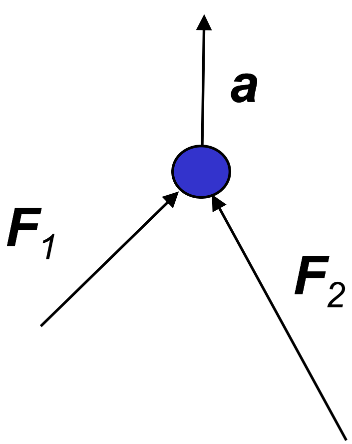
Se applicassimo una forza doppia il valore della massa m non dovrebbe cambiare e così è. Infatti la massa è una caratteristica *intrinseca* di un corpo.

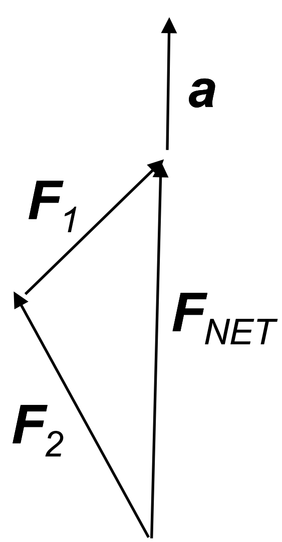
La massa di un corpo è la caratteristica che mette in relazione la forza applicata al corpo con l'accelerazione che ne risulta.

LA SECONDA LEGGE DI NEWTON...

Che cosa è una forza ?

Una forza presenta intensità e direzione **(vettore)**.
Sommare forze equivale quindi a sommare vettori.





$$\boxed{\boldsymbol{F}_{NET} = m\boldsymbol{a}}$$

LA SECONDA LEGGE DI NEWTON...

Componenti di $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$:

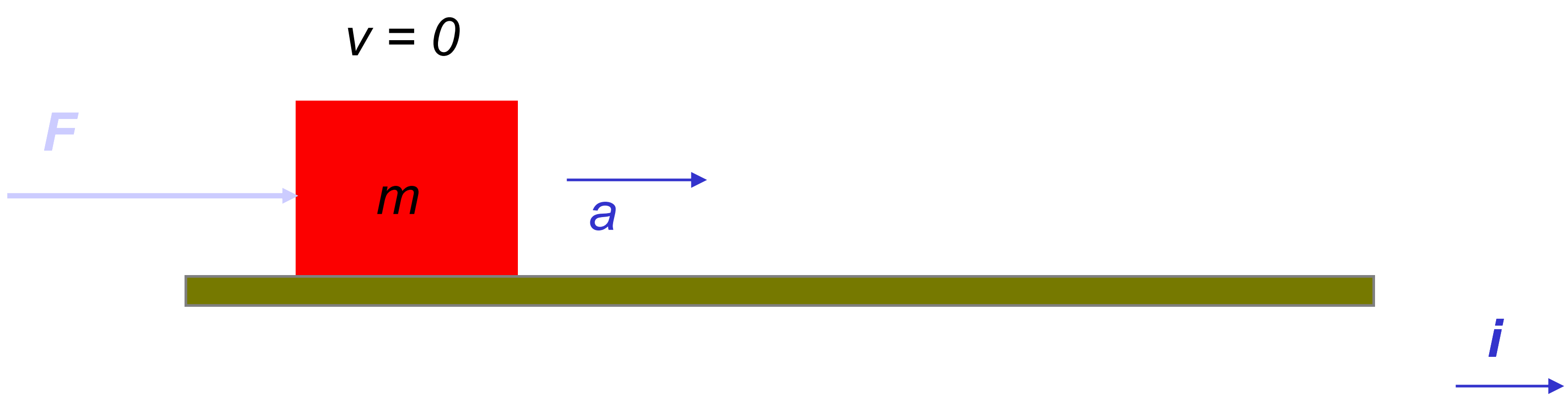
$$F_X = ma_X$$
$$F_Y = ma_Y$$
$$F_Z = ma_Z$$

Supponiamo di conoscere m e F_X, possiamo risolvere per a_X e applicare ciò che abbiamo imparato in cinematica:

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2$$
$$v_x = v_{0x} + a_x t$$

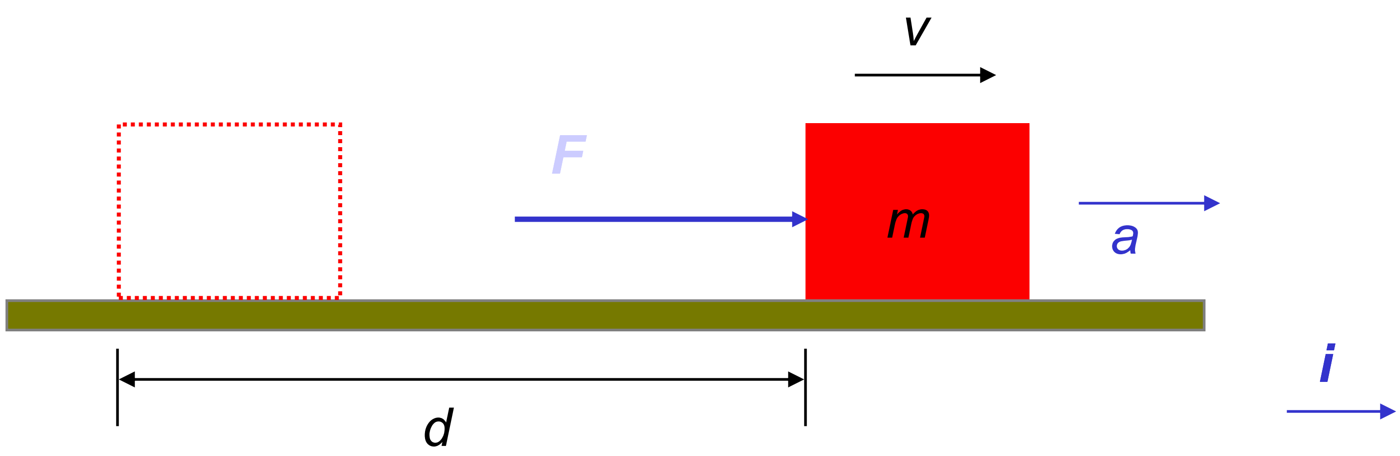
Esempio:Scatola spinta su una lastra di ghiaccio

Una scatola pesante (massa m = 100 kg) è posta su una lastra di ghiaccio (orizzontale e priva di attrito). Applichiamo una forza di di 50N nella direzione ***i*** . Se la scatola parte da ferma, qual'è la sua velocità ***v*** dopo che è stata spinta a distanza d = 10 m?



Esempio:Scatola spinta su una lastra di ghiaccio………

Situazione successiva:



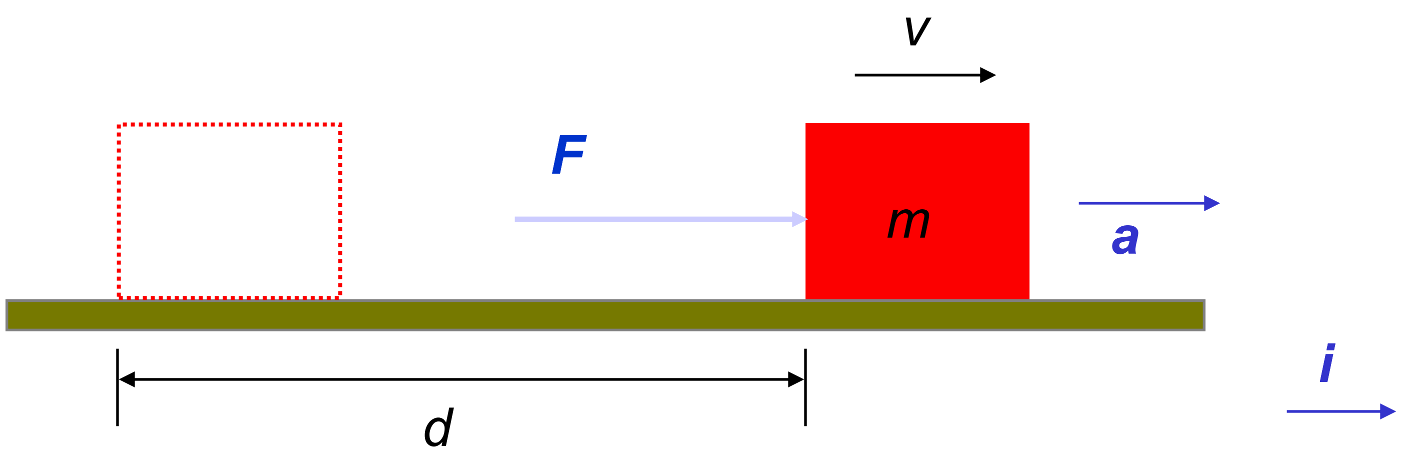
Esempio:Scatola spinta su una lastra di ghiaccio......

Partiamo con $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$.

$\mathbf{a} = \mathbf{F} / m$.

Ricordiamo che $v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$

Così $v^2 = 2Fd / m$ $\Rightarrow$ $v = \sqrt{\frac{2Fd}{m}}$

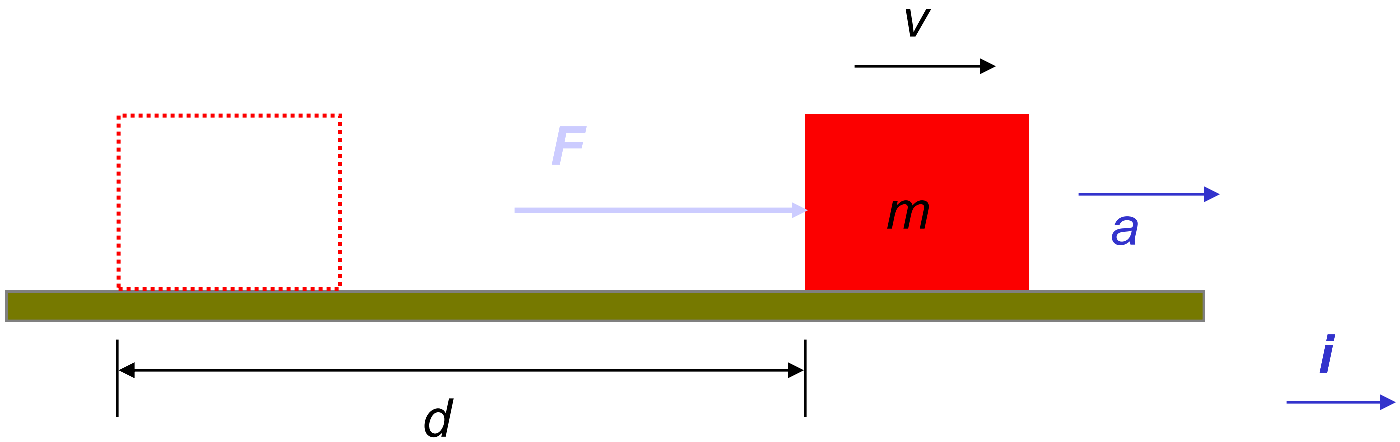


Esempio:Scatola spinta su una lastra di ghiaccio...

$$v = \sqrt{\frac{2Fd}{m}}$$

Sostituiamo i valori numerici F = 50 N, d = 10 m, m = 100 kg:

Troviamo v = 3.2 m/s.



Forze

Consideriamo due tipi di forze:

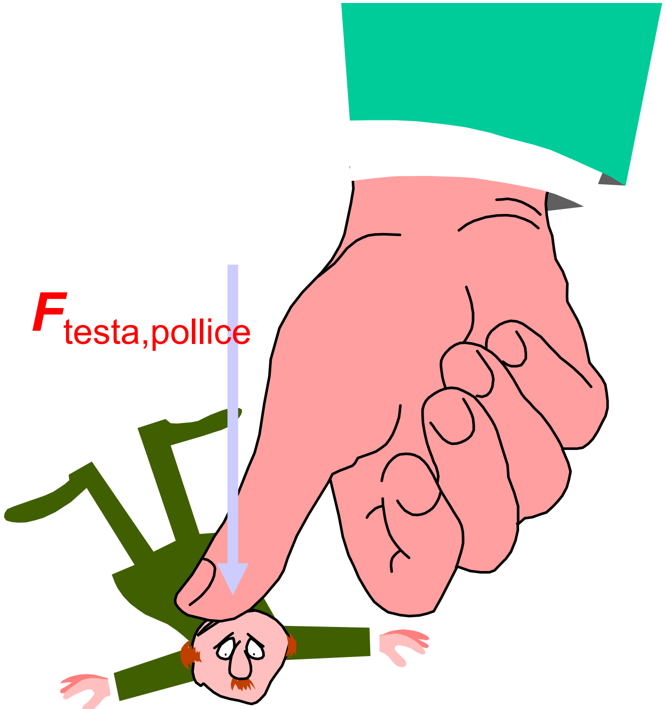
- Forze di contatto:
  - Questo è il tipo più familiare.
    - La spinta sul tavolo.
    - La sedia che poggia sul pavimento…
  - Esempi comuni :
  - Attrito, Tensione, Forza normale

- Azione a distanza:
  - Gravità
  - Elettricità

Forze di Contatto:

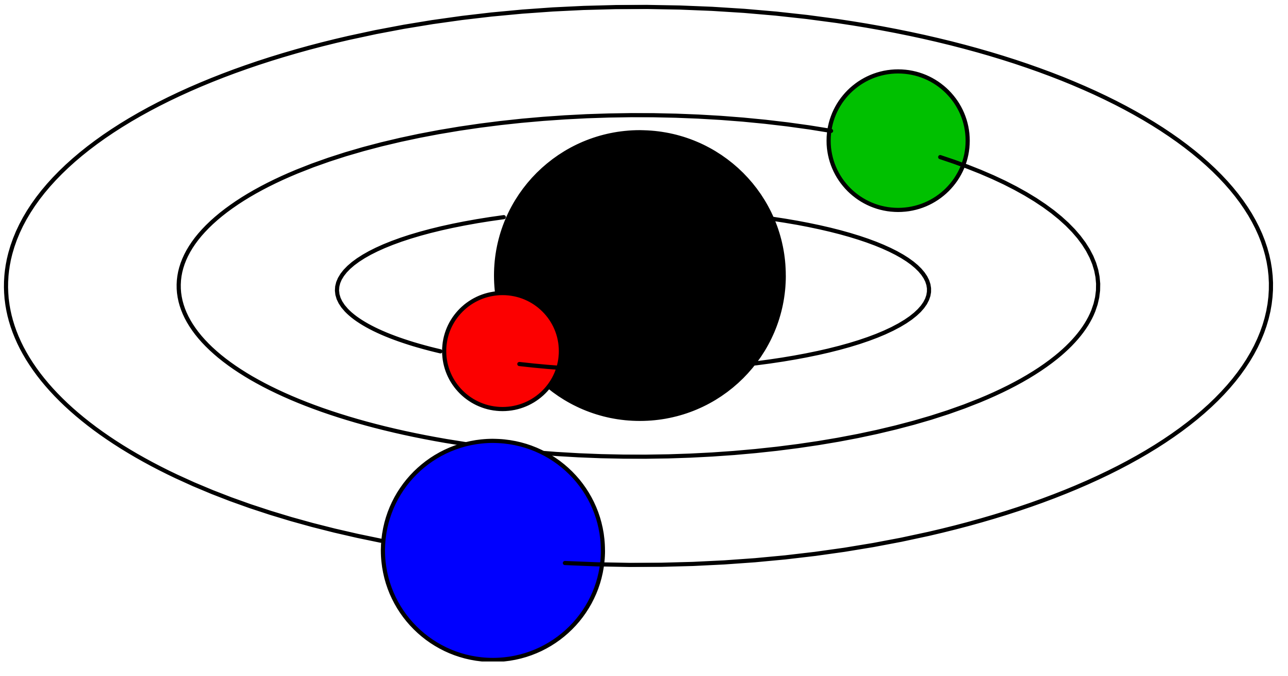
Oggetti a contatto esercitano forze.
Per convenzione: $\boldsymbol{F}_{a,b}$ significa “la forza agisce su *a* a causa di *b*”.

Così $\boldsymbol{F}_{\text{testa,pollice}}$ significa “la forza sulla testa dovuta al pollice”



Azione a distanza

Gravità:



Esempio di problema sulla gravità:

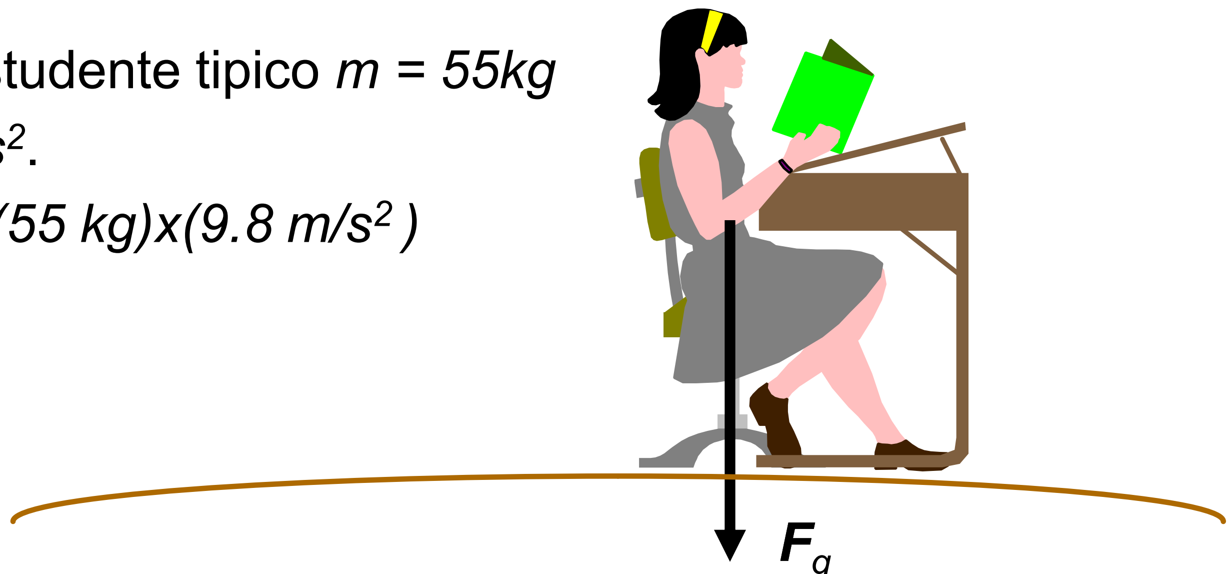
Qual'è la forza di gravità esercitata dalla terra su un tipico studente Universitario?

Massa di uno studente tipico $m = 55kg$

$g = 9.8\ m/s^2$.

$F_g = mg = (55\ kg)x(9.8\ m/s^2)$

$F_g = 539\ N$



La forza che la gravità esercita su ogni oggetto è chiamato **PESO**

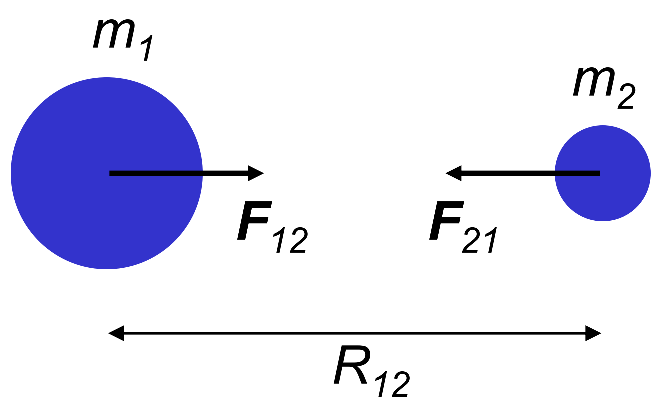
$W = 539\ N$

La terza legge di Newton:

Le forze si espletano in coppia : $\boldsymbol{F}_{A,B} = -\boldsymbol{F}_{B,A}$.

Per ogni “azione” c’è una uguale ed opposta “reazione”.

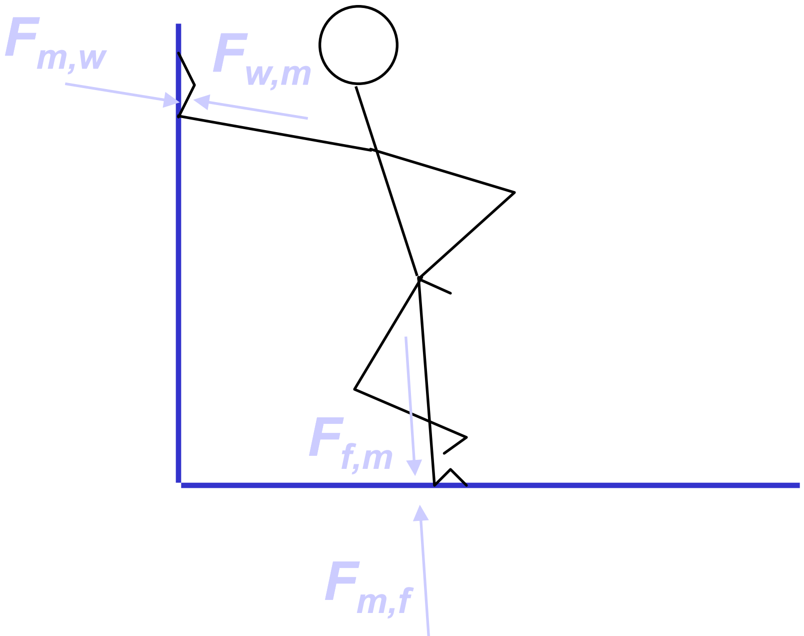
Nella gravità:



$$\left|\boldsymbol{F}_{12}\right| = G\frac{m_1 m_2}{R_{12}^2} = \left|\boldsymbol{F}_{21}\right|$$

LA terza legge di Newton...

$\boldsymbol{F}_{A,B} = -\boldsymbol{F}_{B,A}$. É vera per forze di contatto:



Dinamica dei sistemi di punti materiali

Argomenti della lezione

Forze interne ed esterne

Definizione di centro di massa (posizione, velocità,accelerazione)

Momento angolare

Momento angolare di un sistema di punti materiali

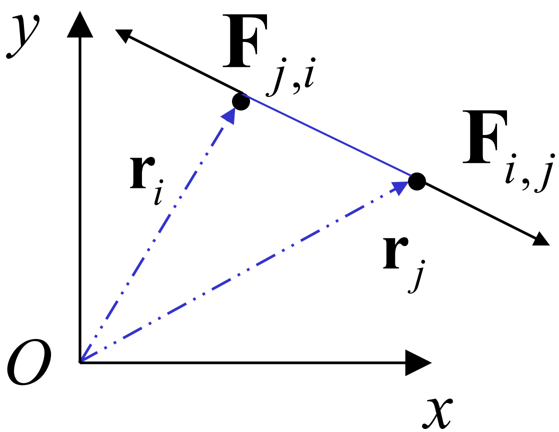
Teorema di Konig del momento angolare

Teorema di Konig per l’energia cinetica

Teorema dell’energia cinetica

Forze interne ed esterne

Consideriamo n punti materiali: $m_1, m_2, \ldots\ldots m_i, m_j, \ldots\ldots m_n$



Le forze interne sono quelle scambiate dai punti.

Per il principio di Azione/Reazione

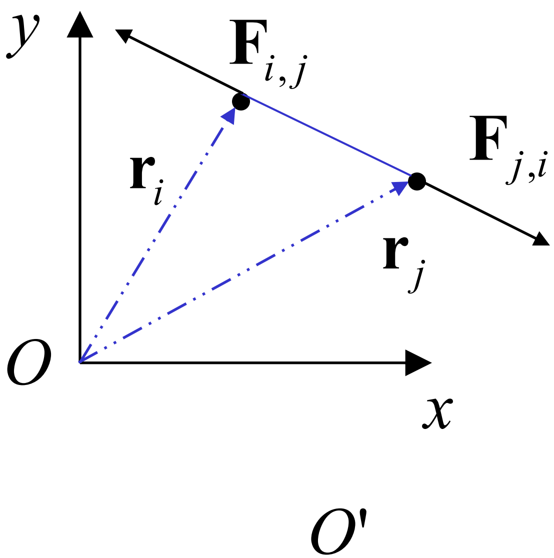
$$\mathbf{F}_{i,j} = \mathbf{F}_{j,i}$$

Le forze esterne sono quelle che agiscono sul sistema per via di fattori esterni al sistema, si possono indicare come

$$\mathbf{F}_i^{(e)}, \mathbf{F}_j^{(e)}$$

Forze interne ed esterne

Consideriamo n punti materiali: $m_1, m_2, \ldots\ldots m_i, m_j, \ldots\ldots m_n$



Sommando vettorialmente le forze interne ed esterne si ottiene:

$$\sum_{i,j} \mathbf{F}_{i,j} = 0$$

$$\sum_{i} \mathbf{F}_i^{(e)} = \mathbf{R}^{(e)}$$

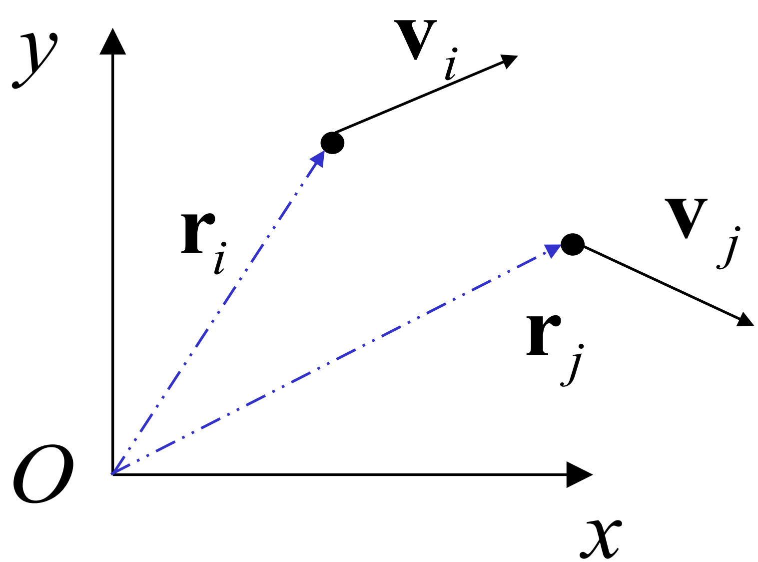
Forze interne ed esterne

Consideriamo n punti materiali: $m_1, m_2, \ldots\ldots\ldots m_i, m_j, \ldots\ldots\ldots m_n$

Le relative posizioni: $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \ldots\ldots\ldots \mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \ldots\ldots\ldots \mathbf{r}_n$

Le relative velocità: $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \ldots\ldots\ldots \mathbf{v}_i, \mathbf{v}_j, \ldots\ldots\ldots \mathbf{v}_n$

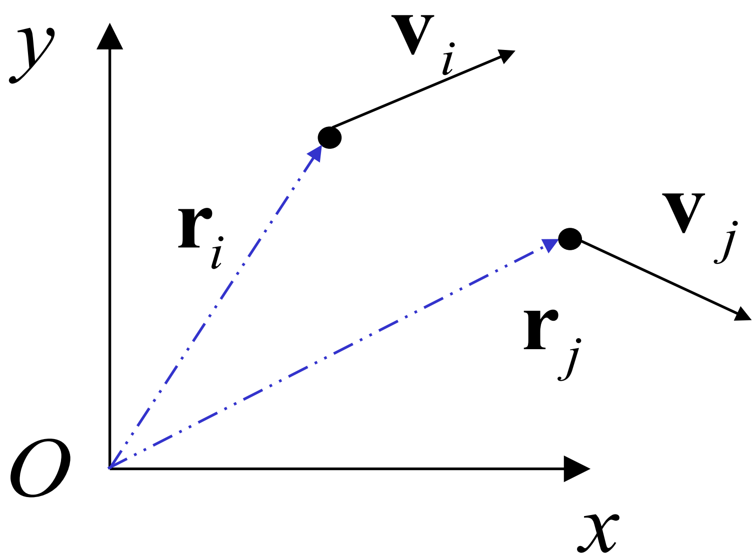
Le relative accelerazioni: $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \ldots\ldots\ldots \mathbf{a}_i, \mathbf{a}_j, \ldots\ldots\ldots \mathbf{a}_n$



$$\mathbf{a}_j = \frac{\mathbf{F}_j}{m_j}$$

Forze interne ed esterne

In riferimento a quanto abbiamo appena visto su un sistema completo avremo:

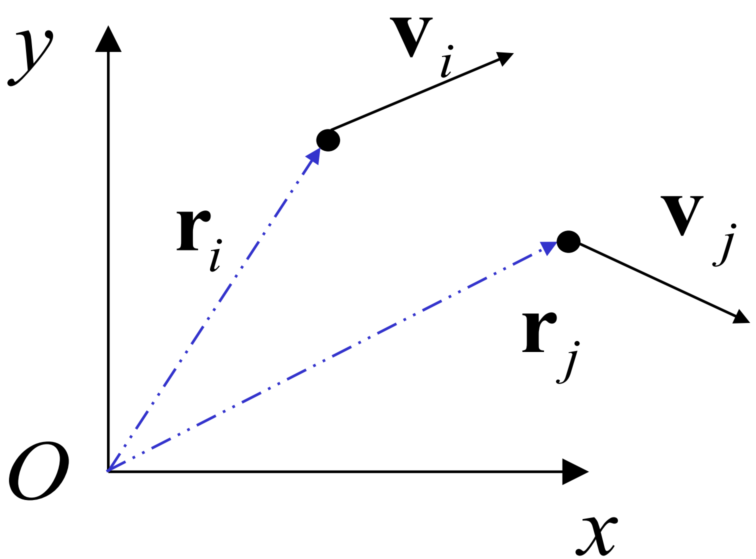


$$\sum_i m_i \mathbf{v}_i = \mathbf{P} = \sum_i \mathbf{p}_i$$

$$\sum_i \frac{1}{2} m_i \mathbf{v}_i^2 = E_{cin}$$

Centro di massa

Definiamo il centro di massa di un sistema di punti materiali la seguente grandezza:



$$\mathbf{r}_{CM} = \frac{\sum_i m_i \mathbf{r}_i}{\sum_i m_i}$$

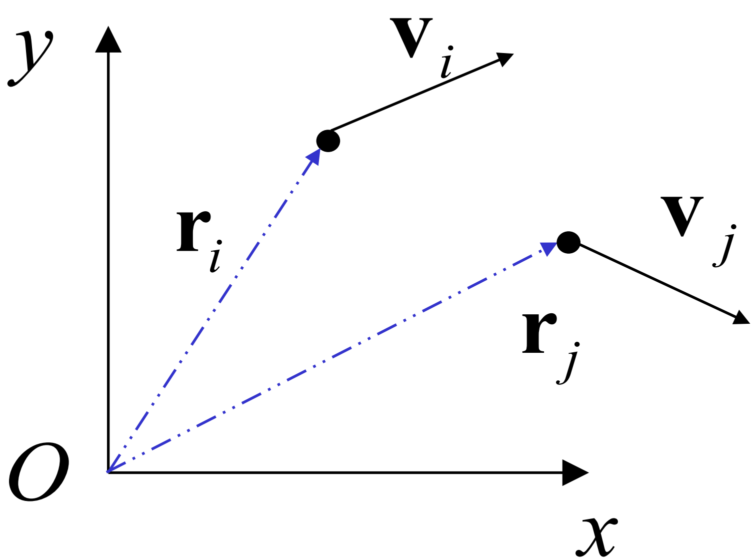
Studiamone la variazione col tempo:

$$\frac{d\mathbf{r}_{CM}}{dt} = \mathbf{v}_{CM} = \frac{\sum_i m_i \mathbf{v}_i}{\sum_i m_i} = \frac{\mathbf{P}}{\sum_i m_i}$$

$$\mathbf{P} = \left(\sum_i m_i \right) \mathbf{v}_{CM}$$

Centro di massa

Proseguendo a derivare la velocità rispetto al tempo:



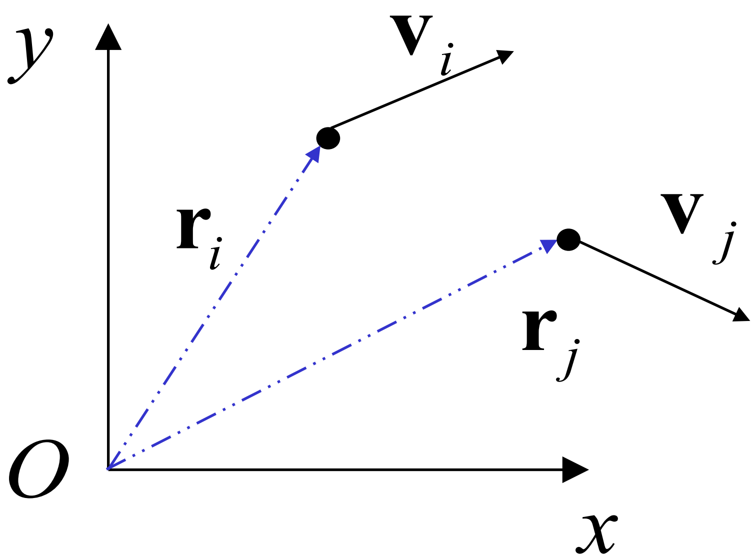
$$\frac{d\mathbf{v}_{CM}}{dt} = \mathbf{a}_{CM} = \frac{\sum_i m_i \mathbf{a}_i}{\sum_i m_i} = \frac{\sum_i \mathbf{F}_i}{\sum_i m_i}$$

$$\sum_i \mathbf{F}_i = \left(\sum_i m_i \right) \mathbf{a}_{CM}$$

Ma le forze agenti su un singolo punto materiale sono sia quelle interne che esterne, ossia

$$\sum_i \mathbf{F}_i = \sum_{i,j} \mathbf{F}_{i,j} + \sum_i \mathbf{F}_i^{(e)} = 0 + \mathbf{R}^{(e)} = \left(\sum_i m_i \right) \mathbf{a}_{CM}$$

Centro di massa



$$\mathbf{R}^{(e)} = \left(\sum_i m_i\right)\mathbf{a}_{CM} = M\mathbf{a}_{CM}$$

Il centro di massa si sposta come un punto materiale in cui è concentrata tutta la massa del sistema su cui agisce la risultante delle forze esterne.

$$\mathbf{R}^{(e)} = \left(\sum_i m_i\right)\mathbf{a}_{CM} = \sum_i m_i \frac{d\mathbf{v}_{CM}}{dt} = \frac{d\mathbf{P}}{dt}$$

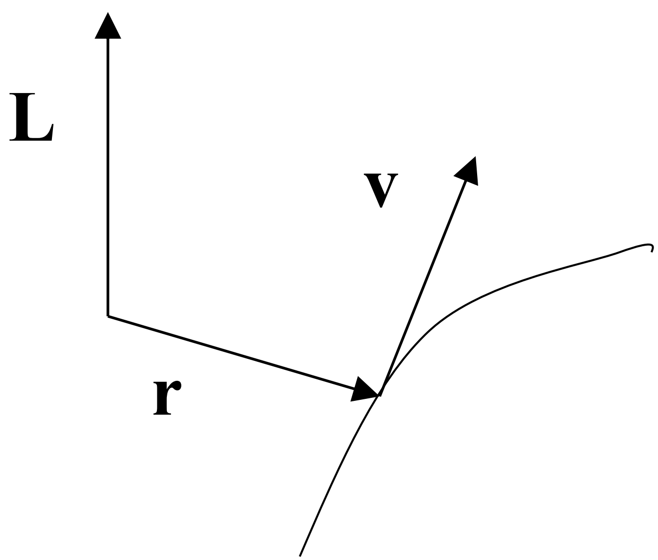
Notiamo che se: $\mathbf{R}^{(e)} = 0 \Rightarrow \frac{d\mathbf{P}}{dt} = 0 \Rightarrow \mathbf{P} = \text{cost}$

CONSERVAZIONE DELLA QUANTITA’ DI MOTO

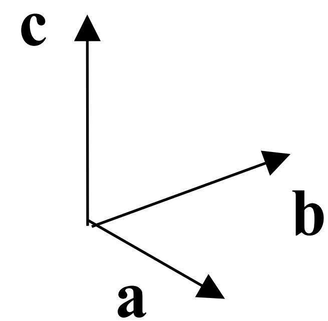
Momento angolare

Si definisce *momento angolare* la seguente grandezza:

$$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} = \mathbf{r} \times m\mathbf{v} \qquad L = rp\sin\vartheta$$



E' una grandezza vettoriale, per definirne il verso:

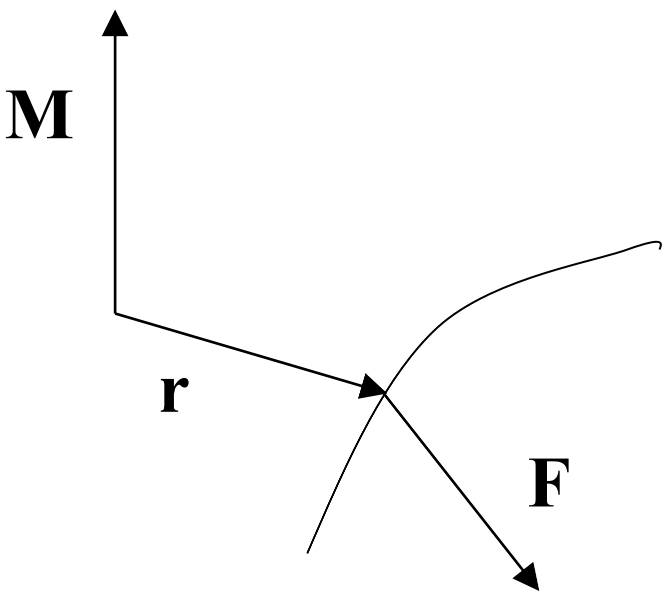


$$\mathbf{c} = \mathbf{a} \times \mathbf{b}$$

Regola mano sx b direzione indice, a direzione medio, pollice vettore risultante

Momento della forza

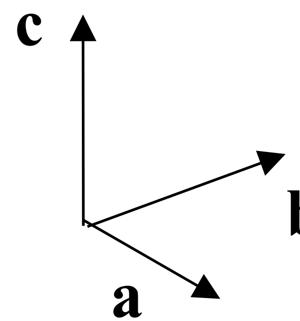
Si definisce *momento della forza* la seguente grandezza:



$$\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$$

$$M = rF\sin\vartheta$$

E' una grandezza vettoriale, per definirne il verso:

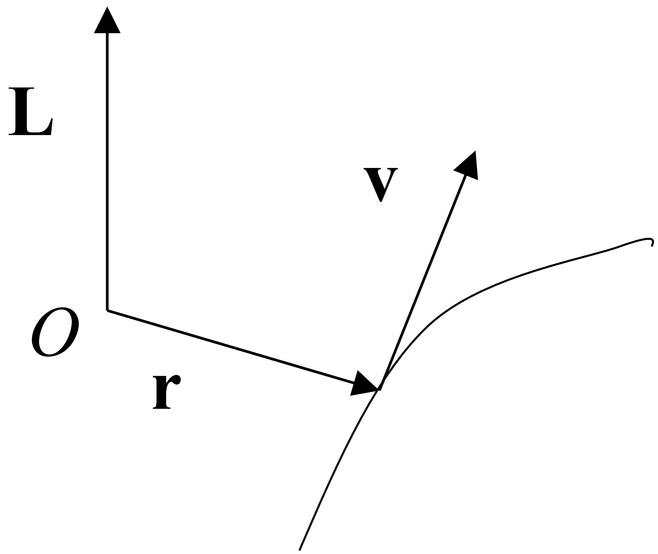


$$\mathbf{c} = \mathbf{a} \times \mathbf{b}$$

Regola mano sx b direzione indice, a direzione medio, pollice vettore risultante

Teorema del momento angolare

Calcoliamo la variazione nel tempo del momento angolare:



$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \frac{d}{dt}\mathbf{r}\times m\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}\times m\mathbf{v} + \mathbf{r}\times m\frac{d\mathbf{v}}{dt} =$$

$$= \mathbf{v}\times m\mathbf{v} + \mathbf{r}\times m\mathbf{a} = \mathbf{r}\times\mathbf{F} = \mathbf{M}$$

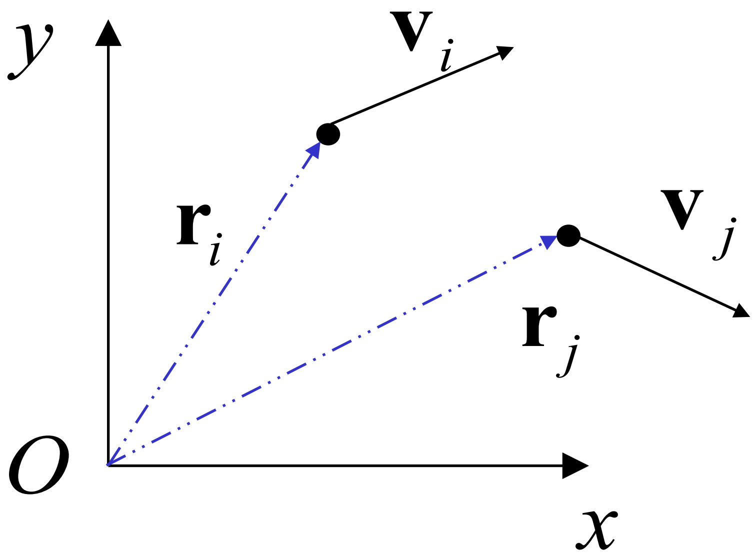
La derivata temporale del momento angolare è uguale al momento della forza se entrambi i momenti sono riferiti allo stesso polo di un sistema fisso.

Conservazione del momento angolare

Se la forza è nulla o forza e vettore posizione sono paralleli

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = 0 \Rightarrow \mathbf{L} = \text{costante}$$

Centro di massa
Momento angolare



Ragionamenti analoghi possono essere fatti per il momento angolare di un singolo punto e del centro di massa.

$$\mathbf{L}_i = \mathbf{r}_i \times m_i \mathbf{v}_i$$

$$\sum_i \mathbf{r}_i \times m_i \mathbf{v}_i = \sum_i \mathbf{L}_i = \mathbf{L}$$

Anche in questo caso possiamo vederne il comportamento al variare del tempo:

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \frac{d}{dt}\sum_i \mathbf{L}_i = \frac{d}{dt}\sum_i \mathbf{r}_i \times m_i \mathbf{v}_i$$

Centro di massa
Momento angolare

Proseguendo coi calcoli.

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \frac{d}{dt}\sum_i \mathbf{L}_i = \frac{d}{dt}\sum_i \mathbf{r}_i \times m_i \mathbf{v}_i =$$

$$= \sum_i \frac{d\mathbf{r}_i}{dt} \times m_i \mathbf{v}_i + \sum_i \mathbf{r}_i \times m_i \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} =$$

$$= \sum_i \mathbf{v}_i \times m_i \mathbf{v}_i + \sum_i \mathbf{r}_i \times m_i \mathbf{a}_i = \sum_i \mathbf{r}_i \times \mathbf{F}_i =$$

$$= \sum_i \mathbf{r}_i \times \mathbf{F}_i^{(e)} + \sum_{i,j} \mathbf{r}_i \times \mathbf{F}_{i,j}$$

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \sum_i \mathbf{r}_i \times \mathbf{F}_i^{(e)} = \mathbf{M}^{(e)}$$

Momento totale delle forze esterne

Centro di massa
Momento angolare

E se l'origine si muove con una certa velocità?

$$\frac{d\mathbf{r}_i}{dt} = \frac{d\overrightarrow{OP}_i}{dt} = \mathbf{v}_i - \mathbf{v}_o$$

Teorema del momento angolare per un sistema di punti

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{M}^{(e)} - \mathbf{v}_o \times \sum_i m_i \mathbf{v}_i$$

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{M}^{(e)} - \mathbf{v}_o \times \mathbf{v}_{CM} \sum_i m_i$$

Se l'origine è fissa o coincide con il centro di massa del sistema:

$$\Downarrow$$

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{M}^{(e)}$$

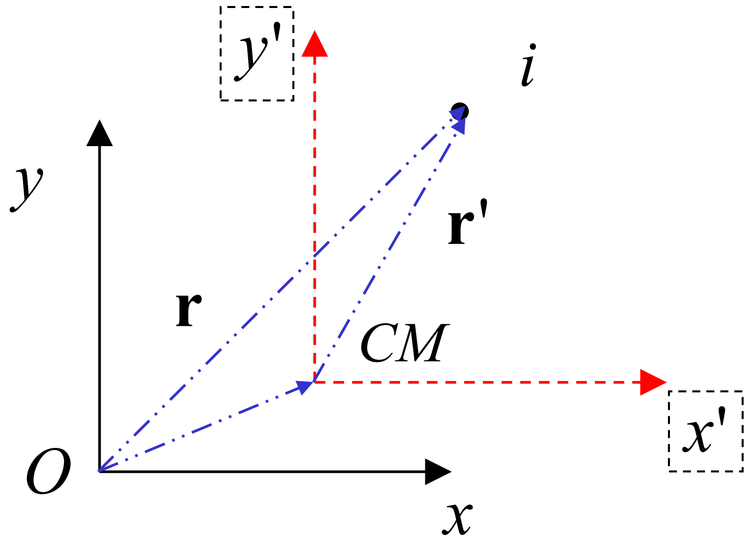
Centro di massa
Momento angolare

Se l'origine è fissa o coincide con il centro di massa del sistema:

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{M}^{(e)} \qquad \text{se} \qquad \mathbf{M}^{(e)} = 0 \qquad\qquad \frac{d\mathbf{L}}{dt} = 0$$

Il momento angolare si conserva!

Sistema di riferimento del Centro di massa



Se consideriamo il centro di massa e lo prendiamo come origine di un sistema di riferimento cartesiano con assi ad orientazione fissa rispetto ad un sistema Oxy fisso, il moto del sistema di punti materiali può essere descritto come:

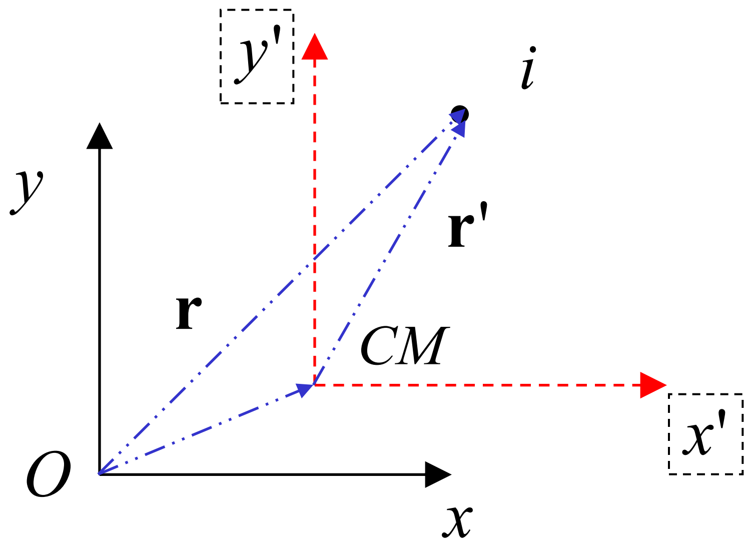
1) Moto del centro di massa dovuto a forze esterne

$$\mathbf{R}^{(e)} = \left(\sum_i m_i \right) \mathbf{a}_{CM} = M \mathbf{a}_{CM}$$

2) Moto di spostamento dei punti intorno al centro di massa dovuto al momento delle forze esterne

$$\mathbf{M}_{CM}{}^{(e)} = \frac{d\mathbf{L}_{CM}}{dt} = \sum_i \frac{d}{dt} \left(\mathbf{r}_{CM,i} \times m_i \mathbf{v}_i \right)$$

Teorema di Konig del momento angolare



Calcoliamo il momento totale rispetto ad O.

$$\mathbf{L}_0 = \sum_i \mathbf{r}_i \times m_i \mathbf{v}_i$$

Ma

$$\begin{cases} \mathbf{r}_i = \mathbf{r}_{CM} + \mathbf{r}_i' \\ \mathbf{v}_i = \mathbf{v}_{CM} + \mathbf{v}'_i \end{cases}$$

$$\mathbf{L}_0 = \sum_i \left(\mathbf{r}_{CM} + \mathbf{r}_i'\right) \times m_i \left(\mathbf{v}_{CM} + \mathbf{v}'_i\right) =$$

$$= \mathbf{r}_{CM} \times \sum_i m_i \mathbf{v}_{CM} + \mathbf{r}_{CM} \times \sum_i m_i \mathbf{v}'_i + \sum_i m_i \mathbf{r}_i' \times \mathbf{v}_{CM} + \sum_i m_i \mathbf{r}_i' \times \mathbf{v}'_i =$$

$$= \mathbf{r}_{CM} \times \sum_i m_i \mathbf{v}_{CM} + \sum_i m_i \mathbf{r}_i' \times \mathbf{v}'_i = \mathbf{L}_{CM} + \mathbf{L}'$$

Teorema di Konig per energia cinetica

$$\begin{cases} \mathbf{r}_i = \mathbf{r}_{CM} + \mathbf{r}_i^{'} \\ \\ \mathbf{v}_i = \mathbf{v}_{CM} + \mathbf{v}'_i \end{cases}$$

Consideriamo sempre il caso precedente e vediamo cosa capita per l’energia cinetica.

$$E_{cin} = \sum_i \frac{1}{2} m_i \mathbf{v}_i^{\,2} = \sum_i \frac{1}{2} m_i \left(\mathbf{v}_{CM} + \mathbf{v}'_i \right)^2 =$$

$$= \sum_i \frac{1}{2} m_i \mathbf{v}_{CM}^{\;2} + \sum_i \frac{1}{2} m_i \mathbf{v}'^{\,2}_i + \sum_i m_i \mathbf{v}_{CM} \mathbf{v}'_i =$$

$$= \frac{1}{2} M_{tot} \mathbf{v}_{CM}^{\;2} + \sum_i \frac{1}{2} m_i \mathbf{v}'^{\,2}_i$$

Cenni di Elettromagnetismo

Campo elettrico *E*

Dimensioni e unità di misura di *E*

Principio di sovrapposizione per *E*

Linee di campo

Moto di cariche in campo elettrico

Dipolo elettrico

Campo elettrico di una carica

Esploriamo l'azione di una carica Q mediante una seconda carica "di prova" q

Questa carica subirà la forza di Coulomb

Questa forza è proporzionale alla grandezza della carica esploratrice q

Se dividiamo la forza per il valore di questa carica otteniamo una nuova grandezza, il **campo elettrico**, che dipende soltanto dal valore della prima carica e dalla distanza da questa carica

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = k\frac{Q}{r^2}\widehat{r}$$

Campo elettrico di una distribuzione di cariche

Supponiamo di avere una distribuzione di cariche assegnata

Vogliamo di nuovo esplorare l'azione di questa distribuzione mediante una carica di prova q

Per il principio di sovrapposizione la forza totale è la somma delle singole forze

Queste forze sono proporzionali a q e quindi anche la forza totale lo è

Se dividiamo questa forza per q otteniamo il campo elettrico generato dalla distribuzione di cariche assegnata

Di nuovo il campo dipende solo dalla distribuzione di cariche e dalla posizione spaziale in cui si trova la carica esploratrice, ma non dal valore di questa carica

Campo elettrico e azione a distanza

Concetto alternativo all’azione a distanza

Invece di avere una carica che subisce “magicamente” l’azione di un’altra carica attraverso il vuoto, si suppone che ad ogni carica sia associato un campo elettrico definito in tutto lo spazio e che questo sia il tramite delle azioni elettriche tra cariche

La carica esploratrice deve essere abbastanza piccola da non perturbare la distribuzione di cariche che si vuole studiare

In linea di principio comunque piccola sia questa carica esistono i fenomeni dell’induzione e della polarizzazione per cui una perturbazione è inevitabile

Si suppone che sia sempre possibile scegliere una carica abbastanza piccola affinché questa perturbazione sia trascurabile

Questo però contrasta con la quantizzazione della carica: non esiste carica minore di *e*

Dimensioni e unità di misura di *E*

Dalla definizione segue che *E* ha le dimensioni di una forza diviso una carica:

$$[E] = [F]Q^{-1}$$

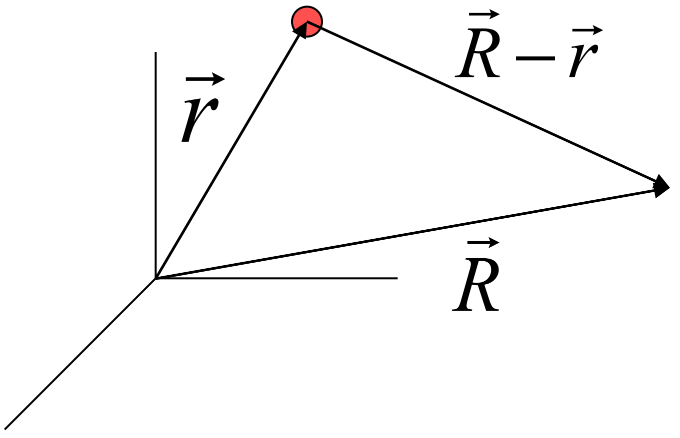
L'unità di misura è quindi il newton diviso coulomb: *u(E)=N/C*

Campo di una carica puntiforme

Si ricava dall'espressione della legge di Coulomb

$$\vec{E}(\vec{R}) = k\,\frac{Q}{R^2}\,\hat{R} = k\,\frac{Q}{R^3}\,\vec{R}$$

Questa espressione presume che la carica sia nell'origine delle coordinate



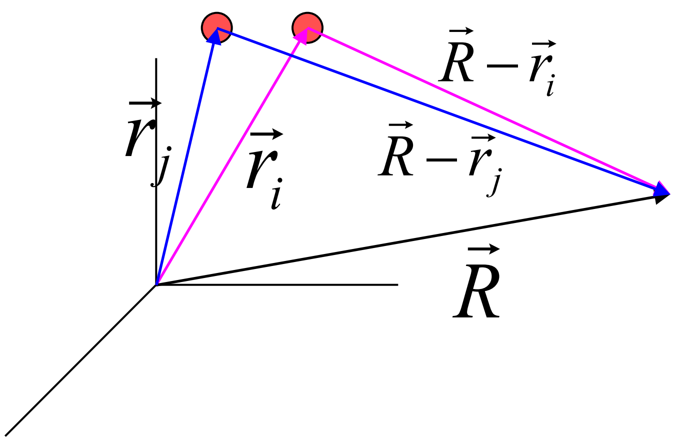
Per generalità vediamo come si riscrive in caso la carica non sia nell'origine

Questa forma ci è utile quando abbiamo più cariche

$$\vec{E}(\vec{R}) = k\,\frac{Q}{\left|\vec{R}-\vec{r}\right|^3}\left(\vec{R}-\vec{r}\right)$$

Campo di più cariche puntiformi

Si ricava dal principio di sovrapposizione



$$\vec{E}(\vec{R}) = \sum_{j=1}^{n} k \frac{Q_j}{\left|\vec{R}-\vec{r}_j\right|^3}\left(\vec{R}-\vec{r}_j\right)$$

Linee di campo

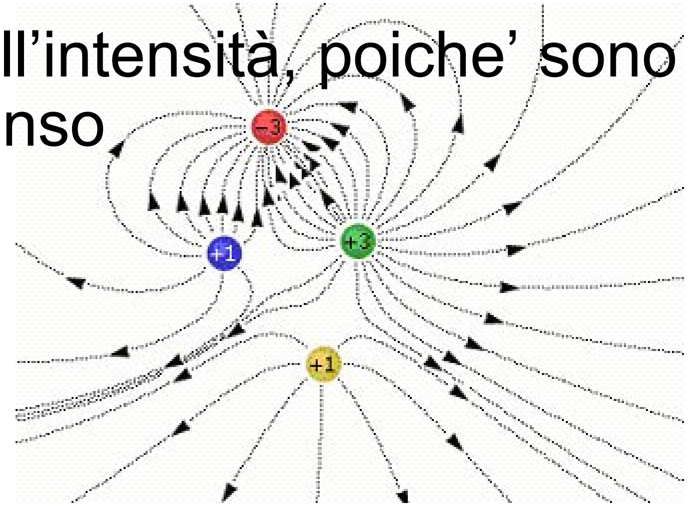
Sono definite in ogni punto dello spazio esclusi quelli in cui sono presenti cariche puntiformi

Sono linee nello spazio con la caratteristica di avere in ogni punto la tangente diretta come il campo

Il verso è quello del campo (da carica positiva a carica negativa, oppure da carica positiva all'infinito, oppure dall'infinito a carica negativa)

Si tracciano in numero proporzionale alla grandezza della carica

Danno informazione anche sull'intensità, poiche' sono più fitte dove il campo è più intenso



Moto di una carica in un campo elettrico <u>uniforme e statico</u>

Equazione del moto

$$q\vec{E} = m\vec{a}$$

L'accelerazione è una costante

$$\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$$

Siamo cioè in presenza di un moto uniformemente accelerato, e valgono tutte le leggi di Galileo relative al moto di un grave

Se *E* non è parallelo ad uno degli assi del sistema di riferimento, esprimiamo l'equazione vettoriale in componenti cartesiane

$$a_x = \frac{q}{m}E_x$$

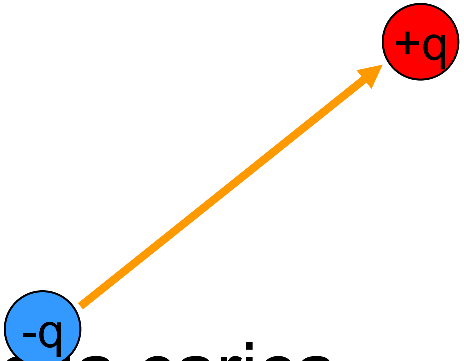
$$a_y = \frac{q}{m}E_y$$

Dipolo elettrico

E' l'insieme di due cariche di ugual modulo *q* e segno opposto, poste a distanza *l* tra loro

Momento elettrico di dipolo: è un vettore dato dal prodotto (normale) della carica per il vettore distanza:

$$\vec{p} = q\vec{l}$$



Ove il vettor ***l*** si considera orientato dalla carica negativa a quella positiva

Due tipi di dipolo

Il dipolo può essere *indotto* da un campo elettrico esterno che sposta le cariche positive e negative in un sistema altrimenti simmetrico

- Il dipolo ha necessariamente lo stesso verso del campo esterno

Il dipolo può essere *permanente*: c'è una distribuzione asimmetrica stabile di carica

- Il dipolo può avere un'orientazione arbitraria

Azione di un campo elettrico su un dipolo

Dipolo indotto

- in un campo elettrico uniforme: forza e momento risultante nulli
- In un campo elettrico non uniforme: forza netta non nulla, momento nullo

Dipolo permanente

- in un campo elettrico uniforme: forza nulla, momento non nullo
- In un campo elettrico non uniforme: forza e momento risultanti non nulli

Calcolo del momento per forza risultante nulla (con il polo sulla carica negativa)

$$\vec{M} = \vec{l} \times \vec{F}_{+}$$

$$= \vec{l} \times q\vec{E} = \vec{p} \times \vec{E}$$

- o sulla carica positiva

$$\vec{M}' = -\vec{l} \times \vec{F}_{-}$$

$$= \vec{l} \times \vec{F}_{+} = \vec{M}$$

Energia potenziale di un dipolo in un campo elettrico uniforme

Per definizione è l'opposto del lavoro speso per passare dalla posizione iniziale *A* a quella finale *B*

$$U(B)-U(A)=-L(A\to B)$$

$$=-\int_A^B \vec{M}\cdot d\vec{\vartheta}=-\int_A^B \vec{p}\times\vec{E}\cdot d\vec{\vartheta}$$

Introduciamo l'angolo θ tra dipolo e campo e scegliamo come punto a potenziale zero $\theta=\pi/2$

$$U(\Theta)-U(\pi/2)=$$

$$=-\int_{\pi/2}^{\Theta}\vec{p}\times\vec{E}\cdot d\vec{\vartheta}=\int_{\pi/2}^{\Theta} pE\sin\vartheta d\vartheta$$

$$=-pE[\cos\Theta-\cos\pi/2]$$

Quindi

$$U(\Theta)=-pE\cos\Theta=-\vec{p}\cdot\vec{E}$$