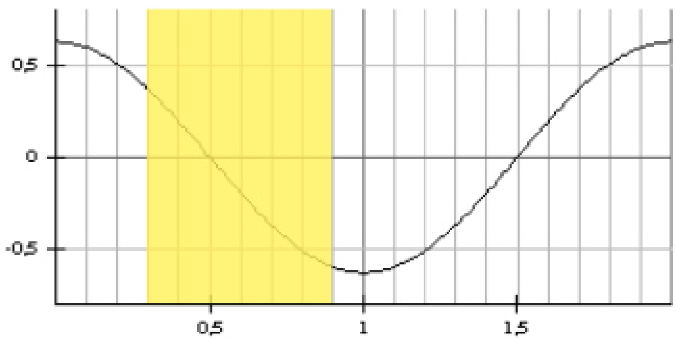
Esercizi Moto in una dimensione

1. Considerando il seguente grafico che rappresenta la posizione rispetto al tempo, nell'intervallo tra il punto A e il punto B, dire quale delle seguenti affermazioni elencate sono vere e quali false.

   a. L'accelerazione è negativa;
   b. L'accelerazione è zero;
   c. La velocità è positiva, poi zero poi negativa;
   d. La posizione è positiva;
   e. La posizione e velocità cambiano continuamente;
   f. La posizione, velocità, accelerazione e forza sono positive nel punto A;
   g. Nel punto A la posizione e la velocità sono positive, ma l'accelerazione è negativa;
   h. La velocità e l'accelerazione sono negative nel punto B;
   i. In un punto compreso fra A e B la velocità istantanea è zero;

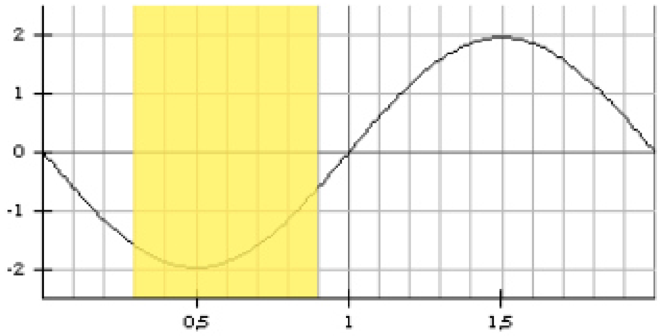
   Soluzione:

   Calcoliamo il profilo della velocità:
   V(t) = dS(t) / dt → S(t) = K x Sin(t) → V(t) = K x Cos(t)



Calcoliamo il profilo dell'accelerazione:

A(t) = dV(t) / dt → V(t) = K x Cos(t) → A(t) = -K x Sin (t)



Quindi:

a. L'accelerazione è negativa; (VERO)
b. L'accelerazione è zero; (FALSO)
c. La velocità è positiva, poi zero poi negativa; (VERO)
d. La posizione è positiva; (VERO)
e. La posizione e velocità cambiano continuamente; (VERO)
f. La posizione, velocità, accelerazione e forza sono positive nel punto A; (FALSO)
g. Nel punto A la posizione e la velocità sono positive, ma l'accelerazione è negativa; (VERO)
h. La velocità e l'accelerazione sono negative nel punto B; (VERO)
i. In un punto compreso fra A e B la velocità istantanea è zero; (VERO)

2. Da una condizione di quiete, un oggetto inizia a muoversi in linea retta con un'accelerazione costante di 8 m/s^2. Sei determini (a) la velocità dopo 5 s, (b) la velocità media nell'intervallo compresso tra 0 e i 5 s e (c) la distanza percotsa nei 5 s.

Soluzione (movimento uniformemente accelerato):

N°	FÓRMULA	OBSERV.
1°	$V_f = V_o + a.t$	No hay d
2°	$d = V_o.t + \frac{1}{2}a.t^2$	No hay V_f
3°	$d = V_f.t - \frac{1}{2}a.t^2$	No hay V_o
4°	$V_f^2 = V_o^2 + 2a.d$	No hay t
5°	$d = \left(\frac{V_o + V_f}{2}\right).t$	No hay a

(a) $Vf = Vo + a \cdot t$
$Vo = 0$ m/s
$a = 8$ m/s^2
$t = 5$ s
$Vf = 0 + 8 \times 5 = 40$ m/s

(b) $Vm = ½ (Vo + Vf)$
$Vm = 20$ m/s

(c) $X(t) = Xo + Vo \cdot t + ½ a \cdot t^2$
$Xo = 0$ m
$Vo = 0$ m/s
$a = 8$ m/s^2
$t = 5$ s
$X(5) = 0 + 0 + ½ (8) \times (5)^2 = 100$ m
oppure:
$X = Vm \cdot t = 20$ m/s $\times$ 5 s $= 100$ m

3. La velocità di un camion subisce un incremento uniforme da 15 km/h a 60 km/h in 20 s. Si determini dopo questo tempo (a) la velocità media, (b) l'accelerazione e (c) la distanza percosa, usando le unità di misura metri e secondi.

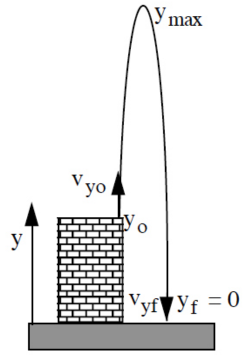
Soluzione (movimento uniformemente accelerato):

(a) $Vo = 15$ km/h $= 15$ km/h $\times$ 1000 m/km $\times$ (1/3600) h/s $= 4{,}17$ m/s
$Vf = 60$ km/h $= 60$ km/h $\times$ 1000 m/km $\times$ (1/3600) h/s $= 16{,}68$ m/s
$Vm = ½ (Vo + Vf)$
$Vm = ½ (4{,}17 + 16{,}68) = 10{,}43$ m/s

(b) $a(t) = (Vf - Vo) / t$
$a(20) = (16{,}68 - 4{,}17) / 20 = 0{,}63$ m/s^2

(c) $x(t)= Vm \cdot t$
$x(20) = 10{,}43 \times 20 = 208{,}6$ m

4. (**Esame Giugno 2014**) Una pietra viene proiettata verticalmente dalla cima di un palazzo alto 78,4 m con una velocità iniziale di 29.4 m/s. Nel suo tornare giù dopo aver raggiunto il picco, manca il palazzo e raggiunge la terra vicino alla base.



Determinare:

a) Il tempo che impiega la pietra per raggiungere il punto massimo del suo percorso.
b) la massima altezza raggiunta nel suo percorso.
c) il tempo totale di volo
d) la velocità della pietra appena raggiunge terra.

Soluzione (movimento uniformemente accelerato):

a) Da $Vf = Vo + a . t$
   Nella direzione verticale abbiamo
   $a = -9,8 \ m/s^2$
   $Vo = 29,4 \ m/s$
   $Vf = 0$
   $t = - 29,4 \ m/s / (-9,8 \ m/s^2) = 3 \ s$
b) Da $Y = Yo + Vo . t + ½ a . t^2$
   $Yo = 78,4 \ m$
   $Vo = 29,4 \ m/s$
   $a = -9,8 \ m/s^2$
   $t = 3 \ s$
   $Y = 78,4 \ m + 29,4 \ m/s (3 \ s) + ½ (-9,8 \ m/s^2) . (3)^2$
   $Y = 78,4 + 88,2 – 44,1 = 122,5 \ m$
   Oppure:
   Da $Vf^2 = Vo^2 + 2 a . (Y – Yo)$
   Nella direzione verticale abbiamo
   $a = -9,8 \ m/s^2$
   $Vo = 29,4 \ m/s$
   $Vf = 0$
   $Y – Yo = (Vf^2 - Vo^2) / (2 a) = (0 – 864,36) / 2 x (-9,8)$
   $Y = 44,1 \ m + 78,4 \ m = 122,5 \ m$
c) Da $Y = Yo + Vo . t + ½ a . t^2$ (Dal momento che si raggiunge l’altezza massima)
   $Yo = 122,5 \ m$
   $Y = 0$
   $Vo = 0 \ m/s$
   $a = -9,8 \ m/s^2$
   $t = ?$
   $0 = 122,5 + 0 . t + ½ (-9,8) . t^2$
   $4,9 t^2 = 122,5$
   Due soluzioni:
   $t1 = 5$; $t2 = -5$
   Il tempo non può essere negativo, quindi l’unica soluzione è la prima:
   $t1 = 5 \ s$ (tempo dal punto più alto fino a toccare per terra)
   tempo totale = 5 + 3 = 8 s
d) Da $Vf = Vo + a . t$ (Dal momento che si raggiunge l’altezza massima)
   $Vf = 0 – 9,8 \ m/s^2 . 5 \ s = 49 \ m/s$

5. Sulla luna, che ha un gravità di 1,60 m/s^2, una palla viene lanciata lungo la verticale verso l'alto con una velocità iniziale di 35 m/s. Si calcoli (a) l'altezza massima raggiunta dalla palla, (b) il tempo impiegato a raggiungerla, (c) la sua velocità 30 s dopo essere stata lanciata e (d) la sua velocità nel momento in cui raggiunge un'altezza di 100 m dal suolo. Si assuma come positiva la direzione verso l'alto.

Soluzione (movimento uniformemente accelerato):

(a) Da $Vf^2 = Vo^2 + 2 a . Y$
Nella direzione verticale abbiamo
$a = -1,60\ m/s^2$
$Vo = 35\ m/s$
$Vf = 0$
$Y = (Vf^2 - Vo^2) / (2 a) = (0 - 1225) / 2 . (-1,60)$
$Y = 382,8\ m$

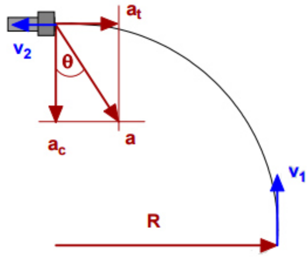
(b) Da $Vf = Vo + at$
$t = (Vf - Vo) / a = (0 - 35) / (-1,60) = 21,88\ s$

(c) Da $Vf = Vo + a . t$
In t = 30 s → $Vf = 35 + (-1,60) . 30 = - 13\ m/s$
La velocità negativa indica che a 30 secondi la palla sta già tornando sulla luna.

(d) Da $Y = Yo + Vo . t + ½ a . t^2$
$100 = 0 + 35 . t + ½ (-1,60) . t^2$
Ovvero:
$0,80\ t^2 - 35t + 100 = 0$
Risolvendo l'equazione abbiamo:
t1 = 3,1 s (Tempo nel quale la palla si trova a 100 m in salita)
t2 = 41 s (Tempo nel quale la palla si trova a 100 m in discesa)

6. Un treno rallenta da 90 Km/h a 50 Km/h nei 15 secondi che impiega a percorrere una curva orizzontale di raggio 150m. Si calcoli l'accelerazione nell'istante in cui il treno ha una velocità di 50 km/h. Si faccia l'ipotesi che la decelerazione del treno sia costante durante i 15s necessari a percorrere la curva.

Soluzione (movimento circolare uniforme):



Trasformiamo tutte le grandezze assegnate nel S.I.

$$v_1 = 90\ \frac{km}{h} = 90 \cdot \frac{10^3}{3{,}6 \cdot 10^3} = 25\ \frac{m}{s}$$

$$v_2 = 50\ \frac{km}{h} = 50 \cdot \frac{10^3}{3{,}6 \cdot 10^3} = 13{,}89\ \frac{m}{s}$$

L'accelerazione centripeta, ultimata la curva, è diretta verso il centro della curva, e sarà:

$$a_c = -\frac{v_2^{\,2}}{R} = -\frac{13{,}89^2}{150} = -1{,}29\ m/s^2$$

L'accelerazione tangenziale, diretta in verso opposto alla direzione della velocità, sarà:

$$a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{13{,}89 - 25}{15} = -0{,}74\ m/s^2$$

Il modulo dell'accelerazione sarà:

$$|a| = \sqrt{a_t^{\,2} + a_c^{\,2}} = \sqrt{(-0{,}74)^2 + (-1{,}29)^2} = \mathbf{1{,}48\ m/s^2}$$

L'angolo fra a_c ed a sarà:

$$\theta = \operatorname{arctg}\left(\frac{a_t}{a_c}\right) = \operatorname{arctg}\left(\frac{-0{,}74}{-1{,}29}\right) = \operatorname{arctg}(0{,}57) = \mathbf{29{,}9°}$$