Applicazioni delle leggi cardinali della Dinamica dei Sistemi di punti materiali:

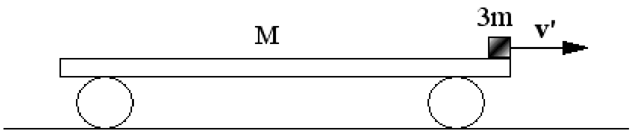
A) Conseguenze della conservazione della quantità di moto del sistema S:

Problema n. 1: Un uomo, assimilabile a un corpo puntiforme, di massa m= 60 kg è inizialmente fermo al centro di una piattaforma di massa M = 240 kg posta su un piano orizzontale perfettamente liscio. A partire dall' istante t = 0 l'uomo si sposta sulla piattaforma con velocità costante $\mathbf{v}' = 5\ \text{ms}^{-1}\mathbf{i}$ rispetto ad essa. Calcolare la velocità assoluta $\mathbf{V}$ della piattaforma e quella $\mathbf{v}$ dell'uomo rispetto ad un osservatore solidale al suolo nel caso in cui la piattaforma sia inizialmente:

a) in quiete sul piano orizzontale; [$\mathbf{V} = -\, m\, \mathbf{v}'/(m+M)$; $\mathbf{v} = +\, M/(M+m)\, \mathbf{v}'$]
b) in moto rettilineo uniforme con velocità $\mathbf{V}_0 = -10\ \text{ms}^{-1}\mathbf{i}$. [$\mathbf{V} = \mathbf{V}_O - m\mathbf{v}'/(m+M)$; $\mathbf{v} = \mathbf{V}_O + M/(M+m)\, \mathbf{v}'$]

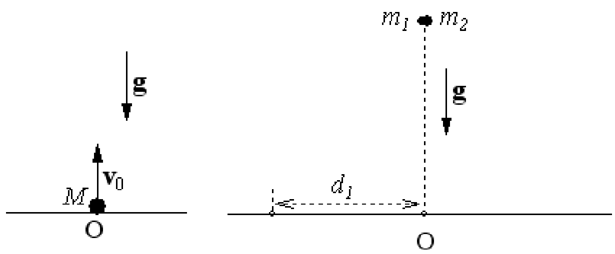
Problema 2: Un carrello ferroviario di massa M = 450 kg è fermo su un binario orizzontale Ox e rettilineo che presenta attrito trascurabile. Sopra il carrello si trovano 3 scimmie, ognuna di massa m = 50 kg. Calcolare il modulo V della velocità finale del carrello nei due casi seguenti:

a) le 3 scimmie saltano a terra contemporaneamente e dalla stessa parte del carrello, tutte con velocità di modulo $\mathbf{v}' = 4\ \text{ms}^{-1}\mathbf{i}$ relativa la suolo; [$\mathbf{V} = -\, 3m\mathbf{v}'/M$]
b) le 3 scimmie saltano a terra dalla stessa parte del carrello, una dopo l'altra, ognuna con velocità relativa al suolo di modulo $\mathbf{v}' = 5\ \text{ms}^{-1}\mathbf{i}$. [$\mathbf{V} = -\, 3m\mathbf{v}'/M$]



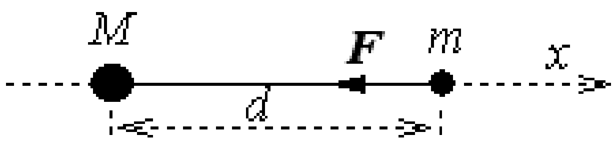
Problema n. 3: Una granata, assimilabile a un corpo puntiforme, di massa M = 1.2 kg è posto in quiete sul piano orizzontale a livello del suolo. All'istante t = 0 viene lanciato in direzione verticale verso l'alto con modulo della velocità $v_0 = 9.8\ \text{ms}^{-1}$. Nel punto più alto della sua traiettoria, la granata esplode dividendosi in due parti di massa $m_1 = 0.4$ kg e $m_2 = 0.8$ kg, rispettivamente. I due frammenti arrivano contemporaneamente al suolo e la distanza tra il primo frammento e il punto di lancio è $d_1 = 6$ m. Assumendo che l'attrito con l'aria sia trascurabile, calcolare:

a) a quale distanza d_2 dal punto di lancio cadrà il secondo frammento
b) in quale istante, dopo l'esplosione, i due frammento toccano il suolo;
c) le velocità $\mathbf{v}_1$ e $\mathbf{v}_2$ di impatto al suolo dei due frammenti.



Problema n. 4: Uno sciatore di massa M = 40 kg e uno slittino di massa m = 8 kg sono posti in quiete sulla superficie orizzontale perfettamente liscia e la distanti tra di essi è D = 15 m. Per tirare a sé lo slittino, lo sciatore usa una corda inestensibile, di massa trascurabile tramite la quale applica allo slittino una forza di intensità F = 5.2 N, diretta orizzontalmente. Determinare:

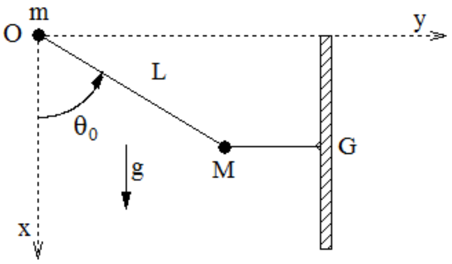
a) l'accelerazione dello slittino;
b) l'accelerazione dello sciatore;
c) il tempo impiegato dallo sciatore per tirare a sé lo slittino;
d) la distanza, rispetto alla posizione iniziale dello sciatore, del punto in cui lo sciatore può afferrare la slitta.



B) Problemi di dinamica dei sistemi di particelle: manubri in equilibrio statico

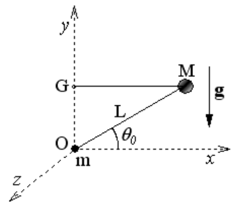
Problema n. 5: Un corpo puntiforme di massa M = 2.4 kg è attaccato all'estremità di un'asta rigida, sottile, avente massa trascurabile e lunghezza L = 1.2 m avente l'altra estremità ancorata ad una cerniera liscia O. Un secondo corpo puntiforme di massa m = M/2 è fissato all'altra estremità dell'asta incernierata nel punto O. Il corpo fissato all'estremità inferiore dell'asta è tirato lateralmente da una corda in configurazione orizzontale in modo tale che l'asta formi un angolo $\theta_0 = \pi/3$ rad con la verticale. Determinare nel sistema di coordinate cartesiane Oxyz, indicato in figura:

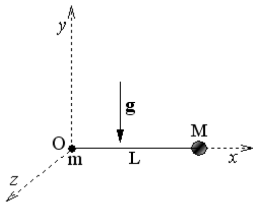
a) la tensione **T** della corda;
b) la reazione **R** esercitata dalla cerniera sull'asta nel punto di sospensione;
c) nell'ipotesi che la corda improvvisamente si spezzi, la velocità angolare di rotazione del sistema quando l'asta raggiunge le configurazione verticale.



Problema n. 6: Due corpi puntiformi, di massa m = 2 kg e M = 4 kg rispettivamente, sono fissati alle estremità di un'asta sottile, rigida di lunghezza L = 1.2 m e di massa trascurabile, formando un manubrio asimmetrico. Il corpo di massa m è incernierato al punto O di un asse orizzontale fisso, così che il manubrio possa ruotare senza incontrare attrito alcuno nel piano verticale passante per il punto O. Inizialmente il manubrio viene mantenuto in equilibrio in configurazione tale che l'asta formi un angolo θ_0 = 30° con l'asse orizzontale tramite una fune ideale, di massa trascurabile, disposta orizzontalmente, che collega la massa M ad un gancio fisso G posto nel piano verticale al di sopra del punto O. All'istante t = 0 la fune si spezza e il manubrio si mette in rotazione nel piano verticale. Determinare nel sistema di riferimento cartesiano ortogonale Oxyz:

a) le componenti cartesiane della reazione iniziale $\mathbf{R}_G$ sviluppata dal gancio fisso G;
b) le componenti cartesiane della reazione iniziale $\mathbf{R}_O$ sviluppata dalla cerniera in O;
c) il modulo della velocità angolare $\boldsymbol{\omega}$ del manubrio nell'istante in cui esso raggiunge la configurazione orizzontale;
d) l'energia cinetica interna del manubrio in tale istante;
e) la tensione **T**' dell'asta quando il manubrio raggiunge la configurazione di cui al punto c).
f) la reazione **R**' sviluppata dall'asse di rotazione passante per O quando il manubrio si trova in tale configurazione.

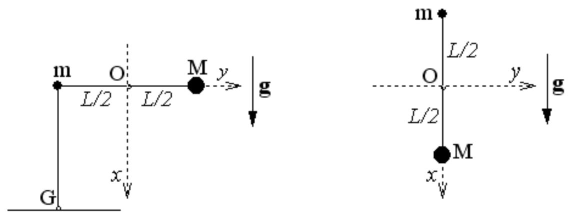




Problema n. 7: Un manubrio asimmetrico è costituito da due corpi puntiformi di massa *m = 2 kg* e *M = 6 kg*, rispettivamente, fissati alle estremità di un'asta rigida, sottile, di massa trascurabile e di lunghezza *L = 0.8 m*. Il manubrio è imperniato su un asse orizzontale fisso passante per il punto medio O dell'asta attorno a cui il sistema può ruotare, senza attrito alcuno, nel piano verticale xy. Inizialmente il manubrio viene mantenuto in quiete, in configurazione orizzontale ad un'altezza dal suolo maggiore di L/2, tramite una fune ideale disposta verticalmente, che collega il corpo puntiforme di massa m con un gancio G, posto al suolo. All'istante $t = 0$ la fune si spezza e il manubrio si mette in rotazione nel piano verticale attorno all'asse passante per il punto O. Calcolare nel sistema di riferimento Oxyz, con il piano xy coincidente con il piano verticale:

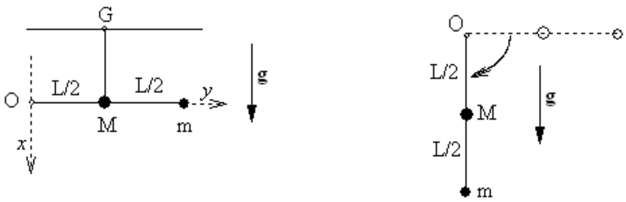
a) le coordinate cartesiane del centro di massa del manubrio prima della rottura della fune;
b) la tensione iniziale **T** della fune;
c) la reazione iniziale $\mathbf{R}_O$ sviluppata dal perno in O;
d) il modulo dell'accelerazione angolare del manubrio subito dopo (i.e. $t = 0_+$) la rottura della fune;

e) la velocità angolare di rotazione del sistema quando, dopo aver compiuto una rotazione di 90°, raggiunge la configurazione verticale;
f) l'energia cinetica interna E_k^{INT} del sistema in questa configurazione;
g) la reazione $\mathbf{R'}_O$ sviluppata dal perno in O quando il manubrio raggiunge la configurazione di cui al punto e).



Problema n. 8: Un manubrio asimmetrico è costituito da due corpi puntiformi di massa M = 4 kg e m = 2 kg, rispettivamente, vincolati rispettivamente al centro e ad un'estremità di un'asta rigida sottile di massa trascurabile e di lunghezza L = 0.6 m. Il manubrio è imperniato ad un asse orizzontale fisso passante per l'estremità libera O dell'asta attorno al quale l'asta può ruotare senza attrito alcuno nel piano verticale. Inizialmente il manubrio viene mantenuto in equilibrio nella sua configurazione orizzontale tramite una fune ideale, di massa trascurabile, disposta verticalmente, che collega la massa M ad un gancio G che pende dal soffitto. All'istante t = 0 la fune si spezza e il manubrio si mette in rotazione nel piano verticale. Calcolare nel sistema di riferimento Oxyz, con il piano xy coincidente con il piano verticale:

g) la tensione iniziale **T** della fune;
h) la reazione iniziale $\mathbf{R_O}$ sviluppata dal perno in O;
i) l'energia cinetica del manubrio nell'istante in cui raggiunge la configurazione verticale;
j) la reazione **R'** sviluppata dall'asse di rotazione quando il manubrio raggiunge la configurazione di cui al punto c).



Problema n. 9: Due corpi puntiformi entrambi di massa $m = 2\ kg$ sono attaccati all'estremità di un'asta rigida di massa trascurabile e di lunghezza $L = 0.8\ m$ formando così un manubrio simmetrico. I due corpi sono appoggiati rispettivamente ad una parete verticale e al piano orizzontale entrambi lisci, nella configurazione in cui l'asta forma un angolo $\theta_0 = \pi/3$ radianti con la parete verticale. Il manubrio viene mantenuto in equilibrio in tale configurazione mediante una corda, inestensibile e priva di massa, attaccata al corpo appoggiato sul piano orizzontale e fissata al punto O di incontro della parete verticale con il piano orizzontale. All'istante $t = 0$ la corda improvvisamente si spezza e il manubrio si mette in moto sotto l'azione della forza peso del corpo appoggiato alla parete verticale liscia. Determinare nel sistema Oxyz:

a) le componenti cartesiane del vettore posizione del centro di massa per $t < 0$;
b) la tensione della corda per $t < 0$;
c) i moduli delle reazioni $\mathbf{N}_V$ della parete verticale e della reazione $\mathbf{N}_O$ del piano orizzontale.
d) l'espressione del modulo della velocità del centro di massa del manubrio dopo la rottura della corda ($t > 0$) in funzione dell'angolo θ formato dall'asta con la parete verticale;
e) l'energia cinetica interna del manubrio dopo che l'asta ha ruotato di un angolo di $\pi/6$ radianti rispetto alla configurazione iniziale.