UNIVERSITA' DI VERONA

FACOLTA' DI SCIENZE MM. FF. NN.

CORSO DI LAUREA IN
MATEMATICA APPLICATA

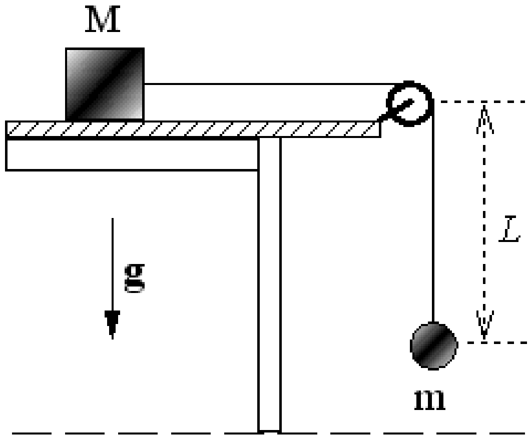
ESAME DI FISICA I

PROVA SCRITTA del 16 Luglio 2012

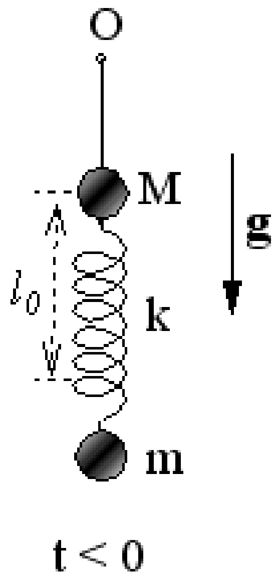
Cognome e Nome (in stampatello): …………………………….……….…………….….

Numero di matricola:…….……………………………………………….…....…

Problema n. 1: Un blocco, assimilabile a un corpo puntiforme, di massa M = 5 kg è posto su un piano orizzontale scabro di un tavolo con coefficiente di attrito statico μ_s = 0.9 ed è collegato ad un punto materiale di massa m = 2.5 kg mediante un filo ideale e di massa trascurabile, che può scorrere nella gola di una carrucola ideale, di raggio trascurabile, senza incontrare attrito alcuno. Inizialmente il blocco è in quiete e il corpo puntiforme, pure in quiete, pende verticalmente a una distanza L = 1 m al di sotto della carrucola. Ad un certo istante, senza che il blocco di massa M cambi il suo stato di moto, il punto materiale viene spostato lateralmente in modo che il filo, teso, formi un angolo θ rispetto alla direzione verticale e quindi lasciato libero di oscillare nel piano verticale attorno all'asse passante per centro della carrucola. Determinare:
a) il diagramma delle forze agenti sul blocco M e sul punto materiale m nella fase iniziale;
b) la tensione iniziale del filo, quando il punto materiale, in quiete, pende verticalmente;
c) il valore massimo θ_M dell'angolo θ formato dal filo con la verticale in corrispondenza del quale il corpo di massa M rimane in quiete;
d) la velocità angolare del punto materiale durante il suo moto oscillatorio quando raggiunge il punto più basso della traiettoria, dopo essere stato lasciato libero da fermo nella posizione angolare di cui al punto c);
e) la tensione del filo immediatamente dopo che il corpo puntiforme è stato lasciato libero di oscillare nel piano verticale partendo da fermo nella posizione di cui al punto c).

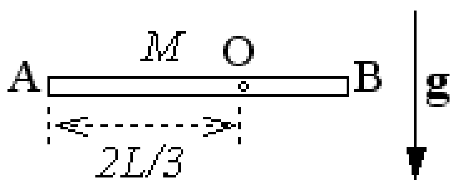


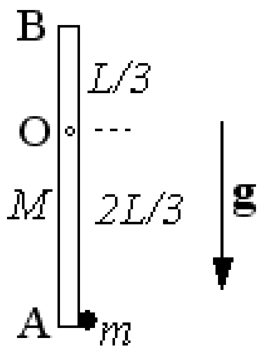
Problema n. 2: Due corpi puntiformi A e B di massa M = 3 kg e m = 2 kg, rispettivamente, sono collegati tra loro da una molla di costante elastica k = 98 Nm^{-1} e di lunghezza a riposo l_0 = 0.5 m. Il sistema si trova inizialmente in quiete in configurazione verticale, essendo ancorato ad gancio O fisso, tramite un filo ideale privo di massa e di lunghezza L = 0.3 m che ha l'altra estremità fissata alla massa M, che si trova più in alto. Determinare:
a) il diagramma di tutte le forze (esterne e interne) agenti sul sistema dei due corpi;
b) la lunghezza della molla nelle condizioni iniziali di cui sopra;
c) la reazione $\mathbf{R}_0$ sviluppata dal gancio O.
All'istante t = 0 la fune si rompe e il sistema non più in equilibrio cade. Calcolare:
d) la distanza del centro di massa del sistema dal punto O all'istante t = 0;
e) la legge oraria del moto del centro di massa del sistema per t>0;
f) l'equazione del moto del sistema dei due corpi in termini della loro massa ridotta per t>0;
g) la legge oraria del moto relativo dei due corpi per t>0;
h) le leggi orarie del moto dei singoli corpi per t>0 nel sistema del laboratorio.



Problema n.3: Un’asta AB sottile rigida omogenea di massa M = 2kg e lunghezza L = 60 cm è vincolata a ruotare senza incontrare attrito alcuno nel piano verticale intorno ad un asse orizzontale fisso passante per il punto O che dista d = L/3 dal suo estremo B. L’asta, inizialmente in quiete in posizione orizzontale, viene lasciata libera di ruotare sotto l’azione della sua forza peso. Quando raggiunge la configurazione verticale, essa urta con l’estremo inferiore A una particella, istantaneamente in quiete e non soggetta a vincoli, di massa m = 0.1 kg che rimane attaccata all’estremità dell’asta. Determinare:

a) l’accelerazione angolare α_0 dell’asta immediatamente dopo che essa è stata lasciata libera di ruotare;
b) il modulo della velocità angolare dell’asta subito prima dell’urto con la particella;
c) il modulo della velocità angolare dell’asta immediatamente dopo l’urto;
d) l’energia dissipata nell’urto;
e) l’angolo θ_M di cui ruota il sistema dopo l’urto prima di invertire il suo verso di rotazione;
f) la reazione $\mathbf{R}_O$ del vincolo in O nell’istante in cui il sistema inverte in verso di rotazione.





Il problema si risolve facilmente usando le leggi della dinamica del punto materiale. Bilancio delle forze agenti su:
corpo M: Forza peso $\mathbf{W}_M$, reazione del piano orizzontale **N**, tensione della fune **T**, e forza d'attrito $\mathbf{F}_a$;

particella m: Forza peso $\mathbf{W}_m$ e tensione della fune **T**, con T che dipende dall'angolo θ.
Equazioni del moto: $M\mathbf{a} = \mathbf{W}_M+\mathbf{T}+\mathbf{N}+\mathbf{F}_a$ (1), e $m\mathbf{a} = \mathbf{W}_m+\mathbf{T}$ (2).

Dall'equazione (1) scomponendo lungo gli assi parallelo e ortogonale al piano scabro si ottiene: $Ma_x = T-\mu_s Mg$ e $Ma_y = Mg - N$, dove $a_y = 0$ dato che il corpo di massa M non si stacca dal piano scabro e quindi N = Mg. Inoltre, lo stesso corpo M non si sposterà lungo il piano scabro solo se risulterà $a_x = 0$, cioè se sarà $T-\mu_s Mg \leq 0$, $T \leq \mu_s Mg$.
L'equazione del moto (2) della particella di massa m nel sistema di coordinate intrinseche si ha: $ma_T = -mg \sin\theta$ (dove $a_T = dv/dt = -g\text{sen}\,\theta$), e $ma_N = T - mg\cos\theta$, ossia $mv^2/L = T - mg\cos\theta$, da cui $T = mv^2/L + mg\cos\theta$ (3). Dunque $T = T(\theta)$, e assumerà il valore massimo per $\theta = 0°$, cioe' $T(0°) = mv^2/L + mg$, dove v^2 è il modulo quadro della velocità per $\theta = 0°$. Questo si ottiene agevolmente imponendo la conservazione dell'energia meccanica della particella m: $mgL(1- \cos\theta_o) = ½\, mv^2$ cioè $v^2 = 2L(1-\cos\theta_o)$. Sostituendo si ha: $T(0°) = 2mg(1-\cos\theta_o) + mg = 3\,mg - 2mg\cos\theta_o$.