

Sistemi - Modulo di Sistemi a Eventi Discreti

Laurea Magistrale in Ingegneria e Scienze Informatiche
Tiziano Villa

29 Giugno 2018

Nome e Cognome:

Matricola:

Posta elettronica:

problema	punti massimi	i tuoi punti
problema 1	14	
problema 2	16	
totale	30	

1. Nella domanda seguente si sbarrano per ogni affermazione l'implicazione logica corretta e si dà una breve giustificazione della scelta.

Si consideri una rete di Petri marcata (N, M_0) (dove N è la rete e M_0 è la marcatura iniziale) e il suo grafo di copertura.

Si consideri la seguente notazione:

- m è il numero dei posti.
- \mathcal{N} è l'insieme dei naturali.
- M_ω è un nodo del grafo di copertura che può contenere componenti ω .
- $R(N, M_0)$ l'insieme delle marcature raggiungibili nella rete marcata (N, M_0) .
- Data una marcatura $M \in \mathcal{N}^m$, si dice che essa è ω -coperta da $M_\omega \in \mathcal{N}_\omega^m$ se $M_\omega(p) = M(p)$ per ogni componente p tale che $M_\omega(p) \neq \omega$, e si denota come $M_\omega \geq_\omega M$.

- (a) La marcatura M è raggiungibile

\Leftrightarrow

\Leftarrow

\Rightarrow

esiste nel grafo un nodo $M_\omega \geq_\omega M$.

Traccia di soluzione.

\Leftrightarrow e \Leftarrow sono sbagliate, \Rightarrow è corretta.

La marcatura M è raggiungibile \Rightarrow esiste nel grafo un nodo $M_\omega \geq_\omega M$.

- (b) La marcatura M è raggiungibile

\Leftrightarrow

\Leftarrow

\Rightarrow

$M \in \mathcal{N}^m$ è un nodo del grafo.

Traccia di soluzione.

\Leftrightarrow e \Rightarrow sono sbagliate, \Leftarrow è corretta.

La marcatura M è raggiungibile $\Leftarrow M \in \mathcal{N}^m$ è un nodo del grafo.

- (c) Sia data $\tilde{M} \in \mathcal{N}^n$. Esiste una marcatura raggiungibile $M \geq \tilde{M}$

\Leftrightarrow

\Leftarrow

\Rightarrow

esiste nel grafo un nodo $M_\omega \geq_\omega \tilde{M}$.

Traccia di soluzione.

Sono tutte corrette.

Sia data $\tilde{M} \in \mathcal{N}^n$. Esiste una marcatura raggiungibile $M \geq \tilde{M} \Leftrightarrow$ esiste nel grafo un nodo $M_\omega \geq_\omega \tilde{M}$.

(d) La marcatura M' e' raggiungibile da una marcatura $M \in R(N, M_0)$

\Leftrightarrow

\Leftarrow

\Rightarrow

esistono nel grafo due nodi $M_\omega \geq_\omega M$ e $M'_\omega \geq_\omega M'$, ed esiste un cammino orientato da M_ω a M'_ω .

Traccia di soluzione.

\Leftrightarrow e \Leftarrow sono sbagliate, \Rightarrow e' corretta,

La marcatura M' e' raggiungibile da una marcatura $M \in R(N, M_0) \Rightarrow$ esistono nel grafo due nodi $M_\omega \geq_\omega M$ e $M'_\omega \geq_\omega M'$, ed esiste un cammino orientato da M_ω a M'_ω .

(e) La marcatura M' e' raggiungibile da una marcatura $M \in R(N, M_0)$

\Leftrightarrow

\Leftarrow

\Rightarrow

esistono nel grafo due nodi $M, M' \in \mathcal{N}^m$, ed esiste un cammino orientato, non passante per alcun nodo contenente componenti ω , che va da M a M' .

Traccia di soluzione.

\Leftrightarrow e \Rightarrow sono sbagliate, \Leftarrow e' corretta.

La marcatura M' e' raggiungibile da una marcatura $M \in R(N, M_0) \Leftarrow$ esistono nel grafo due nodi $M, M' \in \mathcal{N}^m$, ed esiste un cammino orientato, non passante per alcun nodo contenente componenti ω , che va da M a M' .

(f) La transizione t e' abilitata da una marcatura $M \in R(N, M_0)$

\Leftrightarrow

\Leftarrow

\Rightarrow

esiste nel grafo un nodo $M_\omega \geq_\omega M$ da cui esce un arco t .

Traccia di soluzione.

\Leftrightarrow e \Leftarrow sono sbagliate, \Rightarrow e' corretta.

La transizione t e' abilitata da una marcatura $M \in R(N, M_0) \Rightarrow$ esiste nel grafo un nodo $M_\omega \geq_\omega M$ da cui esce un arco t .

(g) Esiste una marcatura raggiungibile che abilita una transizione t

\Leftrightarrow

\Leftarrow

\Rightarrow

esiste un arco t nel grafo.

Traccia di soluzione.

Sono tutte corrette.

Esiste una marcatura raggiungibile che abilita una transizione $t \Leftrightarrow$ esiste un arco t nel grafo.

2. Si considerino i due seguenti automi definiti sull'alfabeto $E = \{a_1, a_2, b_1, b_2\}$.

Automa G (impianto):

- stati: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 con 0 stato iniziale e 8 unico stato accettante;
- transizione da 0 a 1: a_1 ,
transizione da 0 a 3: a_2 ,
transizione da 1 a 2: b_1 ,
transizione da 1 a 4: a_2 ,
transizione da 2 a 5: a_2 ,
transizione da 3 a 4: a_1 ,
transizione da 3 a 6: b_2 ,
transizione da 4 a 5: b_1 ,
transizione da 4 a 7: b_2 ,
transizione da 5 a 8: b_2 ,
transizione da 6 a 7: a_1 ,
transizione da 7 a 8: b_1 .

Automa H_a (specifica):

- stati: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 con 0 stato iniziale e 8 unico stato accettante;
- transizione da 0 a 1: a_1 ,
transizione da 0 a 3: a_2 ,
transizione da 1 a 2: b_1 ,
transizione da 1 a 9: a_2 ,
transizione da 2 a 5: a_2 ,
transizione da 3 a 4: a_1 ,
transizione da 3 a 6: b_2 ,
transizione da 4 a 7: b_2 ,
transizione da 5 a 8: b_2 ,
transizione da 6 a 7: a_1 ,
transizione da 7 a 8: b_1 ,
transizione da 9 a 5: b_1 .

(a) Si disegnino i grafi dei due automi.

(b) Dati i linguaggi K e $M = \overline{M}$ sull'alfabeto E . Sia $E_{uc} \subseteq E$.

Si scriva la definizione di controllabilit  di K rispetto a M e E_{uc} .

Traccia di soluzione.

Definizione Siano K e $M = \overline{M}$ linguaggi sull'alfabeto di eventi E , con $E_{uc} \subseteq E$. Si dice che K   controllabile rispetto a M e E_{uc} , se per tutte le stringhe $s \in \overline{K}$ e per tutti gli eventi $\sigma \in E_{uc}$ si ha

$$s\sigma \in M \Rightarrow s\sigma \in \overline{K},$$

che   equivalente a

$$\overline{K}E_{uc} \cap M \subseteq \overline{K}.$$

(c) Si definisca il sovralinguaggio controllabile minimo chiuso al prefisso $K^{\downarrow C}$.

Traccia di soluzione.

Sia $\mathcal{CC}_{out}(K)$ la collezione dei sovralinguaggi di K chiusi rispetto al prefisso e controllabili, allora si definisce

$$K^{\downarrow C} = \bigcap_{L \in \mathcal{CC}_{out}(K)} L.$$

(d) Siano $M = \mathcal{L}(G)$ e $K = \mathcal{L}_m(H_a)$. Siano $E_c = \{a_1, b_1\}$, $E_o = E$.

Si consideri la formula chiusa

$$K^{\downarrow C} = \overline{K} E_{uc}^* \cap M.$$

Per $K = \mathcal{L}_m(H_a)$, si calcoli $K^{\downarrow C}$.

Si esegua il calcolo mostrando tutti i passaggi della costruzione indicata dalla formula chiusa, cioè automi di \overline{K} e di E_{uc}^* , automa della loro concatenazione, e infine automa del prodotto con M .

Traccia di soluzione.

Si vedano i grafici allegati dei vari passi della costruzione (soluzione di uno studente).

Il risultato finale è $K^{\downarrow C} = \overline{K} \cup \{a_1 a_2 b_2\}$.

- (e) Dati i linguaggi K e $M = \overline{M}$ sull'alfabeto E . Siano $E_c \subseteq E$ e $E_o \subseteq E$. Sia P la proiezione naturale da E^* a E_o^* .

Si scriva la definizione di osservabilit  di K rispetto a M , E_c ed E_o .

Traccia di soluzione.

Definizione Siano K e $M = \overline{M}$ linguaggi sull'alfabeto di eventi E . Sia $E_c \subseteq E$ l'insieme degli eventi controllabili. Sia $E_o \subseteq E$ l'insieme degli eventi osservabili con P la proiezione da E^* a E_o^* .

Si dice che K   osservabile rispetto a M , P , E_c , se per tutte le stringhe $s \in \overline{K}$ e per tutti gli eventi $\sigma \in E_c$,

$$s\sigma \notin \overline{K} \wedge s\sigma \in M \Rightarrow P^{-1}[P(s)]\{\sigma\} \cap \overline{K} = \emptyset.$$

- (f) Siano $M = \mathcal{L}(G)$ e $K = \mathcal{L}_m(H_a)$.

Siano $E_{uo} = \{a_2\}$ e $E_{uc} = \emptyset$.

K   osservabile rispetto a M , E_c ed E_o ? Lo si verifichi usando la definizione.

Traccia di soluzione.

Si consideri la stringa $s = a_2a_1$ e $\sigma = b_1$, allora si ha che $a_2a_1b_1 \notin \overline{K}$, ma $a_2a_1b_1 \in M$; inoltre $P(s) = a_1$, $P^{-1}[P(s)]\{\sigma\} = \{a_2^*a_1a_2^*b_1\}$, perci  $P^{-1}[P(s)]\{\sigma\} \cap \overline{K} = \{a_2^*a_1a_2^*b_1\} \cap \overline{K} = \{a_1a_2b_1\} \neq \emptyset$ il che falsifica la condizione di osservabilit .

Intuitivamente, dopo aver visto a_2a_1 il controllore dovrebbe disabilitare b_1 e abilitare b_2 , mentre dopo aver visto a_1a_2 il controllore dovrebbe abilitare b_1 e disabilitare b_2 , ma per l'inosservabilit  di a_2 il controllore non   in grado di distinguere a_2a_1 da a_1a_2 (vede la loro proiezione comune come a_1), e quindi non sa che azione intraprendere dopo aver visto a_1 .

- (g) Si enunci il teorema di controllabilita' e osservabilita' sull'esistenza di un supervisore non-bloccante in presenza di controllabilita' e osservabilita' limitata.

Traccia di soluzione.

Sia dato il sistema a eventi discreti $G = (X, E, f, \Gamma, x_o, X_m)$, dove $E_{uc} \subseteq E$ sono gli eventi incontrollabili e $E_{uo} \subseteq E$ sono gli eventi inosservabili (per cui $E_c = E \setminus E_{uc}$ e $E_o = E \setminus E_{uo}$). Si consideri la proiezione P da E^* a E_o^* , e il linguaggio $K \subseteq \mathcal{L}_m(G)$, where $K \neq \emptyset$. Esiste un P -supervisore non-bloccante S_P per G tale che

$$\mathcal{L}_m(S_P/G) = K, \quad \mathcal{L}(S_P/G) = \overline{K}$$

se e solo se le tre condizioni seguenti valgono:

- i. K e' controllabile rispetto a $\mathcal{L}(G)$ e E_{uc} .
- ii. K e' osservabile rispetto a $\mathcal{L}(G)$, E_o e E_c .
- iii. K e' $\mathcal{L}_m(G)$ -chiuso.

- (h) Nel caso precedente (punto (f)), esiste tale supervisore ?

Traccia di soluzione.

No, perche' non e' soddisfatta la condizione di osservabilita'.